UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

Estructura de Capital de la Empresa y Contratos de Financiación Óptimos en un Contexto de Asimetría de Información y Riesgo Moral

Autora:
Eva Ropero Moriones

Director:
Sandro Brusco

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA DE LA EMPRESA

Getafe, septiembre de 2006

A mi abuela

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a Sandro Brusco, porque este trabajo no habría sido posible sin su apoyo, su ayuda y sus consejos. También, a Mamen García y Emilio Huerta por haberme sugerido la idea de hacer un doctorado en la Universidad Carlos III de Madrid.

En segundo lugar, en mi lista de agradecimientos no pueden faltar mis amigos. A los de siempre, especialmente Belén, María y Maite, por haber estado ahí cuando necesitaba hablar con alguien y por haber entendido mis largas desapariciones por trabajo. A los que he ido conociendo mientras hacía la tesis, amigos que estaban trabajando en sus propias tesis, por haber aportado cooperación y consejos. En especial quiero agradecer a Noemí, Mercedes, Cristina, Anna, Luana, Ania y Szabi, por haber sido mucho más que compañeros de fatigas.

En tercer y último lugar, aunque no por ello menos importante, me gustaría dar las gracias a mi familia. Probablemente, si mis padres no me hubieran dado su apoyo en mi decisión (y consejo en mis dudas) de hacer un doctorado que implicaba irme a vivir a otra provincia, en este momento no estaría firmando esta tesis. Quiero agradecer también a mis padres, a mi hermana y Chiqui, a mis suegros y a Maite y Valero por hacerme sentir de nuevo en casa siempre que vuelvo a Pamplona. Ellos han vivido conmigo el arduo proceso de realización de esta tesis, sus altibajos y mis dudas. También a Samuel, por hacerme olvidar el trabajo por unas horas. Y a Beatriz, por hacer que tenga la ilusión de conocerla mientras preparo la defensa de esta tesis.

Y, sobre todo, quiero dar las gracias a mi marido, José Ramón. Sin ti este esfuerzo no habría valido la pena. ¡Gracias!

ÍNDICE

CAPÍTULO 4:

CAPÍTULO 1:

Introducción

En la literatura empírica se observa que las decisiones de inversión de las empresas (y por tanto, su supervivencia, que depende de poder -y querer- invertir en buenos proyectos) están muy ligadas a las decisiones de financiación de las mismas. En esta tesis lo que se pretende es aportar más luz a las explicaciones teóricas de por qué esto ocurre así.

Se puede decir que las decisiones de inversión son las más importantes dentro de las corporaciones (Harris y Raviv, 1996), ya que la supervivencia y vitalidad de una corporación están determinadas por su capacidad de regenerarse a través de la asignación de capital en usos productivos. Si se utilizan instrumentos de evaluación y decisión inadecuados se corre el riesgo de aplicar recursos escasos a áreas que dan un rendimiento menor que el coste de capital (sobreinversión), resultando en una destrucción del valor. Por otro lado, el resultado de un sistema que lleve a no asignar recursos a proyectos que ofrecen un rendimiento mayor que el coste de capital (subinversión) es un coste de oportunidad y puede llevar a una pérdida de posición competitiva (Arnold y Hatzopoulos, 2000).

A continuación, realizamos un breve resumen de los distintos capítulos que conforman esta tesis.

En el capítulo 2 se analiza este tema desde la perspectiva de los grupos de empresas. La idea de este capítulo surgió de la ausencia de estudios sobre la financiación de los proyectos en la literatura sobre presupuestos de capital. Esta línea de investigación trata de analizar cómo se toman las decisiones de inversión dentro de los conglomerados. Si una empresa subsidiaria o división tiene un proyecto en el que quiere invertir y no tiene dinero suficiente para hacerlo, pedirá financiación a la matriz, que puede dársela o no según unas determinadas condiciones (lo más típico es que la división sepa que con probabilidad positiva pueden hacerle una auditoría). Siempre se supone que, dado que el directivo de la subsidiaria tiene mejor información sobre el proyecto que la matriz, tratará de conseguir sus propios intereses y no los del conglomerado. Sin embargo, a pesar de que en estudios de empresas individuales ya se había hecho, no había ningún artículo que observara la relación entre estas decisiones de inversión y la financiación de las mismas. Nosotros hemos realizado una primera aportación en este sentido, analizando el caso en el que la financiación puede provenir de la matriz o de financiación externa (por deuda). Aunque la financiación externa tiene un coste mayor que la que se realiza dentro del conglomerado puede ser conveniente utilizarla debido a que provoca una probabilidad de bancarrota que tiene un coste para el directivo de la subsidiaria. Como la probabilidad de bancarrota es mayor cuanto peor sea el proyecto, en determinadas situaciones (cuando el coste de bancarrota para el directivo de la división sea suficientemente alto) se puede conseguir que el directivo de la división sólo invierta en proyectos de Valor Actual Neto positivo. Estos resultados que hemos obtenido sólo se utilizarían en caso de que no se pudieran utilizar otros mecanismos para hacer que el directivo elija bien las inversiones (por ejemplo, mediante una amenaza creíble de despido). Sin embargo, la asimetría de información suele ser más importante precisamente cuando estos mecanismos no se pueden llevar a cabo (debido a que el directivo es el que mejor dirige la división) y en estos casos la forma de financiación puede jugar un papel importante.

En el capítulo 3 realizamos una revisión de la literatura en la que analizan esta misma interacción entre financiación e inversión pero a través de un análisis de las dinámicas de los contratos de financiación. Encontramos que hay dos líneas principales de investigación. En la primera, están quienes estudian las restricciones de financiación, su origen y sus efectos en las dinámicas de las empresas. Los artículos más recientes de esta línea explican la aparición de restricciones de financiación por medio de contratos óptimos de financiación a largo plazo. Cuando hay problemas de asimetría de información o no se puede hacer cumplir el contrato, los contratos tienen que incluir incentivos para que el empresario no busque sólo su propio interés. Estos incentivos pueden incluir amenazas de quitar el control al empresario (mediante una liquidación), de dejar de aportar financiación, o cláusulas que restringen las decisiones que pueden tomarse dentro de la empresa. De esa forma se puede explicar de forma teórica lo ya observado previamente en la literatura empírica: las restricciones financieras, que sobre todo afectan a las empresas pequeñas o que están empezando, pueden ser tan importantes que lleven a una empresa a no poder invertir en proyectos rentables y tener que liquidar. En la segunda línea de investigación, encontramos los estudios que analizan las renegociaciones que se realizan posteriormente de los contratos cuando estos ya están en marcha. La mayoría de las veces esta amenaza de liquidación que es óptima ex-ante no se llevará a cabo sino que se renegociará, ya que la empresa sigue siendo rentable, por lo que los acreedores se pueden sentir un poco desprotegidos y por eso sus restricciones iniciales son mayores. Aquí podemos encontrar artículos que estudian cuándo la liquidación seguirá siendo un resultado factible a pesar de ser en principio más barata la renegociación, y otros que estudian por qué las renegociaciones pueden ser útiles para los acreedores a pesar de que normalmente otorgan más derechos a los deudores.

En el capítulo 4 damos un paso más en esta literatura que hemos analizado. Observamos que en los modelos que analizan las restricciones producidas por los contratos financieros cuando hay asimetría de información no aparecen dos factores que los harían más realistas. Nosotros analizamos un contrato financiero óptimo a largo plazo añadiendo dos nuevos supuestos. Por un lado, suponemos que el valor de liquidación no es constante. En nuestro modelo, depende del capital invertido en la empresa, y de un shock que ocurra en la industria y que hace que los activos de la empresa valgan más o menos en el mercado. Por otro lado, suponemos que el capital que se invierte en el proyecto es durable y se amortiza a una tasa $(1 - d)$. Con estos supuestos obtenemos que: conforme aumenta el tamaño de una empresa (medido tanto por el valor esperado de las acciones como por el capital operativo acumulado) las restricciones de financiación disminuyen. También hallamos que, al contrario que en las investigaciones previas, la liquidación puede ser óptima en una situación de información completa. Esto ocurre cuando el valor de los activos después de un shock favorable es muy alto y el valor esperado de la empresa en manos del empresario es menor que venderla. De la misma forma, hallamos que en el caso en el que el first-best es liquidar después de shocks favorables, podemos conseguir un contrato de financiación óptimo cuando hay asimetría de información. Esto ocurrirá cuando el valor de liquidación sea suficientemente alto como para poder compensar al acreedor para que esté interesado en financiar la empresa, y al deudor, para que esté interesado en dar información veraz sobre los resultados. En este caso no habría restricciones de financiación.

Capítulo 2

Efectos de la Responsabilidad Limitada en los Grupos de Empresas

Contenidos

1 Introducción

El proceso de realizar presupuestos de capital forma parte del corazón del funcionamiento de la corporación moderna. Como ya se ha analizado en la literatura anterior, lo que hace que el problema no sea trivial es la existencia de asimetrías de información y problemas de incentivos. Los directivos tienen a menudo mejor información sobre la rentabilidad de los posibles proyectos de inversión. Si además sus intereses difieren de los de los accionistas, habrá que utilizar mecanismos de incentivos apropiados para conseguir una asignación eficiente de recursos (Harris y Raviv, 1996).

Se puede observar que a veces los directivos prefieren financiar proyectos con un Valor Actual Neto negativo, ya sea porque obtienen utilidad de "construir-imperios" o porque tener más fondos a su cargo les permite realizar menos esfuerzo (Stein, 2003; Khanna y Tice, 2001: Harris y Raviv, 1996). Por tanto, a menos que se recurra a incentivos que contrarresten estas preferencias, los directivos tenderán a invertir demasiado. En la literatura podemos encontrarnos diferentes mecanismos para gestionar el problema de sobreinversión. Los más comunes utilizan un límite de gasto de capital para la empresa subsidiaria, incentivos monetarios y la probabilidad de realizar una auditoría para verificar la información que el directivo de la subsidiaria ha dado (Harris, Kriebel y Raviv, 1982; Harris y Raviv, 1996). La estructura de capital también juega un papel importante como un mecanismo incentivador de los directivos (ver p.ej. Dessí and Robertson, 2003). La mayoría de la investigación sobre mercados de capitales internos han olvidado su interacción con los mercados de capital externos, y en este capítulo queremos estudiar los efectos que aparecen cuando se pueden utilizar fuentes de financiación (internas y externas) en el proceso de presupuestación, cuando la compañía matriz tiene responsabilidad limitada con respecto a las obligaciones de la subsidiaria y el directivo de ésta también tiene responsabilidad limitada en su compensación. Estas características ocurren en un grupo de empresas, que está formado por empresas legalmente independientes pero que tiene un mercado interno que asigna capital entre las empresas-miembro (Almeida y Wolfenzon, 2006).

Stulz (1990) ya analizó la financiación con deuda como un método para limitar el problema de sobreinversión. En su modelo la deuda fuerza a la empresa a pagar una cantidad fija de dinero. Esto reduce la sobreinversión cuando la empresa tiene mucho dinero, pero provoca subinversión en el caso contrario. Nosotros vamos a considerar otra razón para usar deuda como parte de un mecanismo incentivador óptimo. En nuestro modelo el accionista mayoritario ("*controlling shareholder*", desde ahora, CS), que supondremos que quiere maximizar el beneficio del grupo, controla una subsidiaria. El directivo de la subsidiaria tiene información privada sobre la calidad de un proyecto de inversión, y tiene preferencias por "construir-imperios". El capital interno, sin embargo, está controlado por CS, quien tiene que decidir (posiblemente después de pedirle información al directivo de la subsidiaria) si llevar a cabo la inversión. CS también decide cómo financiar el proyecto de inversión, si utilizando capital interno o emitiendo deuda. Nótese que la decisión de financiar el proyecto de inversión se toma en última instancia por el CS, que busca la maximización del beneficio, por tanto, no hay ninguna razón para usar deuda para reducir la cantidad de caja disponible para el CS, como ocurre en el modelo de Stulz, dado que el CS no tiene preferencias por el imperio. La deuda se utiliza porque la bancarrota es costosa para los directivos de la subsidiaria, por ejemplo porque puede hacerle perder su capital humano específico a la empresa o puede tener un impacto negativo en su reputación. Como la bancarrota es más probable cuando la calidad del proyecto de inversión de la subsidiaria es baja, la financiación con deuda reduce los incentivos que CS necesita pagar al directivo de la subsidiaria. Nótese que CS puede elegir financiación con deuda incluso en casos en los que habría suficiente dinero interno para financiar el proyecto de inversión sin necesidad de acudir a los mercados de capitales externos.

La bancarrota es también costosa para CS, aunque el coste puede ser diferente del que sufre el directivo de la subsidiaria (en Stulz, 1999, se puede encontrar una discusión sobre los costes inducidos por la posibilidad de bancarrota), de forma que la deuda sólo se usará cuando la reducción en las rentas del directivo sea sustancial. Por tanto, la deuda no se utilizará si es posible dar incentivos al directivo de una forma menos costosa (por ejemplo, mediante pagos variables según el resultado). Sin embargo, habrá un papel para la deuda siempre que haya restricciones sobre otros métodos de dar incentivos[1]; en particular, demostramos que la elección entre financiación externa e interna juega un papel si hay una restricción de "responsabilidad limitada" en el conjunto de posibles contratos de compensación.

Enfatizamos que, en nuestro modelo, la deuda será una herramienta disciplinaria más efectiva cuando la bancarrota es más costosa para el directivo de la subsidiaria. Por tanto, cuando el CS y la subsidiaria son entidades legalmente separadas (como es el caso en los grupos de empresas) es mejor que sea la subsidiaria quien emita la deuda. Esto será así a pesar de que emitir deuda puede ser más barato para la compañía central.

La literatura sobre financiación externa en grupos de empresas es limitada. Un artículo interesante es Bianco y Nicodano (2006). Consideran un modelo en el que un CS tiene que decidir si emitir deuda a través de la compañía central o

[1] Como observa Stein (2003), los problemas en los mercados de capitales internos se ven exacerbados cuando los directivos de la división: i) tienen un fuerte incentivo para maximizar la asignación de capital en su propia división más que los beneficios y ii) son poderosos en relación con el CEO - por ejemplo, tienen capital humano específico valioso y por tanto pueden amenazar con paralizar las actividades de la empresa. En estos casos, utilizar deuda puede ser el mejor instrumento accesible para incentivar, ya que otras amenazas (como por ejemplo el despido) no son creíbles.

de una subsidiaria poseída parcialmente. Enfocan el análisis en la información asimétrica entre el CS y los prestamistas, e ignoran el papel de la deuda como un instrumento incentivador, que es el propósito de este capítulo.

El capítulo se estructura de la siguiente forma. El siguiente apartado presenta el modelo. En el apartado 3, discutimos el papel de la deuda externa a la hora de motivar al directivo de la subsidiaria cuando no se le pueden dar incentivos monetarios. En la sección 4 generalizamos el análisis, discutiendo el mecanismo óptimo cuando el CS puede usar tanto deuda externa como incentivos monetarios directos. En el último apartado extraemos las conclusiones y en el apéndice aparecen las demostraciones de nuestros resultados.

2 El Modelo

Una empresa (compañía central) tiene una subsidiaria y una cantidad de dinero M para invertir. La subsidiaria no tiene activos físicos, pero tiene acceso a un proyecto de inversión. El proyecto requiere una inversión de I en el momento 0, y produce un rendimiento bruto estocástico igual a R en el momento 1; asumiremos que $M \geq I$, de forma que la financiación interna es siempre posible. El rendimiento bruto R toma el valor V con probabilidad p, y 0 con probabilidad $(1-p)$. El valor de p sólo es conocido por los directivos de la subsidiaria. Sin embargo, hay conocimiento común de que p puede tomar o bien el valor p_1, o bien el valor p_2, con $p_1 < p_2$, y que la probabilidad del valor p_i es $\theta_i \in (0, 1)$.

Como la subsidiaria no tiene dinero, si se lleva a cabo el proyecto de inversión, tiene que ser financiado. La financiación puede venir por medio de los mercados de capitales internos o a través de un banco. Suponemos que la subsidiaria es una entidad legalmente separada, por lo que cualquier financiación proveniente del banco se tiene que pagar con los fondos generados por el proyecto de inversión[2]. También asumimos que la bancarrota tiene un coste fijo c para el directivo de la subsidiaria y k para el CS.

El directivo de la subsidiaria recibe beneficios privados de dirigir el proyecto que son proporcionales al rendimiento bruto del proyecto R. Cuando recibe un salario esperado de w, la utilidad esperada cuando se lleva a cabo el proyecto y

[2] Consideramos sólo deuda emitida por la subsidiaria como forma de financiación. En nuestro modelo, la deuda es útil sólo si la bancarrota es costosa para el directivo de la subisdiaria. CS tiene dinero para financiar el proyecto sin utilizar financiación externa, por lo que no hay punto en que emita deuda o acciones.

se financia con fondos internos es:

$$U_{Int} = bE\left(R\right) + w$$

donde $b > 0$ es el coeficiente que mide los beneficios privados. La utilidad esperada cuando el proyecto se lleva a cabo y se financia con fondos externos es:

$$U_{Ext} = bE\left(R\right) + w - c\Pr\left(\text{bancarrota}\right)$$

donde Pr(bancarrota) es la probabilidad de bancarrota y c el coste fijo de bancarrota para el directivo de la subsidiaria.

Suponemos que el directivo de la subsidiaria puede obtener una utilidad de cero fuera de ella, por lo que todos los esquemas de compensación y financiación propuestos por el CS tienen que dar al directivo al menos este nivel de utilidad.

El CS tiene que decidir si llevar a cabo o no el proyecto, y en caso de aceptarlo, si financiarlo a través de fondos internos o externos. El objetivo del CS es maximizar el beneficio esperado de la subsidiaria, neto del salario pagado al directivo de la subsidiaria. La tasa de interés libre de riesgo es $r \geq 0$.

Como observación preliminar, vemos que bajo información completa, el proyecto se financia con fondos internos siempre que $pV - (1 + r)\, I - w \geq 0$. Nótese además que, como $b > 0$, podemos asignar $w = 0$, lo que implica que un proyecto recibirá financiación interna si y sólo si $p \geq \frac{(1+r)I}{V}$, la regla estándar del 'VAN positivo'. Por último, observamos que bajo información completa los mercados externos nunca se usan, ya que CS prefiere evitar la bancarrota.

Cuando hay información asimétrica sobre el valor de p, el CS puede establecer un mecanismo de revelación directa para aprender el valor de p. El mecanismo recibe como input un mensaje $\widehat{p}$ enviado por le directivo de la subsidiaria, y da como resultado una probabilidad de financiación interna, $\alpha_I(\widehat{p})$, una probabilidad de financiación externa, $\alpha_E(\widehat{p})$, y un nivel de salario.

La compensación para el directivo puede depender del anuncio $\widehat{p}$, de si el proyecto de inversión es llevado a cabo y , si es así, del resultado del proyecto de inversión y de la forma en que se financia el proyecto. En principio, la compensación puede depender de la decisión de financiación, pero dado que el directivo es neutro al riesgo, pdemos considerar sin pérdida de generalidad una función de compensación sencilla $W(R, \widehat{p})$. El salario esperado cuando p es el verdadero estado de la naturaleza y se anuncia $\widehat{p}$, se denota como $w(p, \widehat{p})$, donde

$$w\left(p, \widehat{p}\right) = \left(1 - p\right) W\left(0, \widehat{p}\right) + pW\left(V, \widehat{p}\right),$$

y también utilizaremos la notacion $w(p) = w(p, p)$. Por último, denotaremos por r_D la tasa de interés de la deuda que se paga cuando la subsidiaria pide fondos externos. En un primer momento, tomaremos el valor de r_D como dado, y más tarde lo haremos endógeno.

El beneficio esperado del CS para un mecanismo dado (α_I, α_E, w) es:

$$B = \sum_{i=1}^{2} \left[\alpha_I^i \left(p_i V - (1+r) I\right) + \alpha_E^i \left(p_i \left(V - (1+r_D) I\right) - (1-p_i) k\right) - w^i\right] \theta_i$$

donde hemos simplificado la notación usando $\alpha_I^i = \alpha_I(p_i)$, $\alpha_E^i = \alpha_E(p_i)$ y $w^i = w(p_i)$.

Si denotamos por

$$\begin{aligned} H_I^i &= p_i V - (1+r) I \\ H_E^i &= p_i \left(V - (1+r_D) I\right) - (1-p_i) k \end{aligned}$$

el rendimiento esperado de llevar a cabo un proyecto de tipo i con financiación interna (H_I^i) o externa (H_E^i) respectivamente, el beneficio esperado puede escribirse como:

$$B = \sum_{i=1}^{2} \left[\alpha_I^i H_I^i + \alpha_E^i H_E^i - w^i\right] \theta_i$$

El mecanismo tiene que satisfacer las restricciones de participación y de compatibilidad de incentivos, dadas por:

$$U(p_1) = b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right) p_1 V + w^1 - \alpha_E^1 (1-p_1) c \geq 0$$

$$U(p_2) = b\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right) p_2 V + w^2 - \alpha_E^2 (1-p_2) c \geq 0$$

$$b\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right) p_2 V + w^2 - \alpha_E^2 (1-p_2) c \geq b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right) p_2 V + w(p_2, p_1) - \alpha_E^1 (1-p_2) c;$$

$$b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right) p_1 V + w^1 - \alpha_E^1 (1-p_1) c \geq b\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right) p_1 V + w(p_1, p_2) - \alpha_E^2 (1-p_1) c;$$

Además, para ser viable requiere

$$\alpha_I^i \geq 0; \qquad \alpha_E^i \geq 0; \qquad \alpha_I^i + \alpha_E^i \leq 1.$$

Para hacer el problema interesante, suponemos $H_I^2 > 0 > H_I^1$. Y además, nos centraremos en el caso en que

$$p_2 (1 + r_D) \geq (1 + r),$$

es decir, la tasa de interés r_D debe ser suficientemente alta para dar al menos el mismo beneficio como la tasa de interés libre de riesgo cuando sólo se financian buenos proyectos. Esta condición implica $H_I^2 > H_E^2$. Por último, observamos que $H_E^2 < 0$ implica $H_E^1 < 0$.

3 Ausencia de Incentivos Monetarios

En primer lugar, vamos a analizar el problema restringido en el que los incentivos monetarios no pueden ser usados, y la política de financiación es la única forma de dar incentivos a los directivos. Este caso es más sencillo y ayuda a subrayar el papel que juega la financiación con deuda en la provisión de incentivos. El problema es:

$$\max_{\alpha_I^1,\alpha_E^1,\alpha_I^2,\alpha_E^2} \left[\alpha_I^1 H_I^1 + \alpha_E^1 H_E^1\right]\theta_1 + \left[\alpha_I^2 H_I^2 + \alpha_E^2 H_E^2\right]\theta_2 \tag{1}$$

s.a.

$$U(p_i) = b\left(\alpha_I^i + \alpha_E^i\right)p_i V - \alpha_E^i (1-p_i)c \geq 0 \qquad i = 1,2$$

$$b\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right)p_2 V - \alpha_E^2 (1-p_2)c \geq b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right)p_2 V - \alpha_E^1 (1-p_2)c$$

$$b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right)p_1 V - \alpha_E^1 (1-p_1)c \geq b\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right)p_1 V - \alpha_E^2 (1-p_1)c$$

$$\alpha_I^1 \geq 0;\ \alpha_E^1 \geq 0;\ \alpha_I^2 \geq 0;\ \alpha_E^2 \geq 0$$

$$\alpha_I^1 + \alpha_E^1 \leq 1;\ \alpha_I^2 + \alpha_E^2 \leq 1$$

La solución a este problema, dependiendo del valor de los parámetros, puede ser *pooling* o "separadora" (*separating*). Se dice que la solución es "pooling" o mezclada, cuando no va a haber diferencia en la elección de compensación al directivo sea del tipo que sea. En este caso, o siempre se financiará con financiación interna o siempre con financiación externa. Una solución "separadora" aparecerá cuando la forma de financiación sea diferente dependiendo del tipo del proyecto (si es "bueno", es decir, si su probabilidad de éxito es p_2 se tomará una decisión y si es "malo" -si su probabilidad de éxito es p_1- se tomará otra). Nótese que cuando la solución es *pooling*, podemos ignorar las restricciones de compatibilidad de incentivos.

Podemos encontrarnos tres tipos de soluciones *pooling:*

1. Nunca invertir, es decir, $\alpha_E^1 = \alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = 0$. En este caso, el valor de la función objetivo es 0 y se satisfacen siempre todas las restricciones de racionalidad individual.

2. Invertir siempre con financiación externa, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = 1$ y $\alpha_I^1 = \alpha_I^2 = 0$. El valor de la función objetivo en este caso es

$$\Omega_{Ext} = H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2$$

y la restricción de racionalidad individual para el tipo p_1 es $bp_1V - (1-p_1)\,c \geq 0$.

3. Invertir siempre con fondos internos, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = 0$ y $\alpha_I^2 = \alpha_I^1 = 1$. El valor de la función objetivo en este caso es

$$\Omega_{Int} = H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2$$

y se satisfacen siempre las restricciones de racionalidad individual.

Cuando $bp_1V - (1-p_1)\,c \geq 0$, (la racionalidad individual se cumple siempre) y se elige una solución *pooling,* la elección se hace comparando los valores 0, Ω_{Ext} y Ω_{Int}. Llamemos $\Omega = \max\{0, \Omega_{Ext}, \Omega_{Int}\}$ al valor máximo de la función objetivo alcanzable mediante una solución *pooling.*

Este valor tendrá que ser comparado con el valor que se puede obtener mediante separación. La separación es imposible si $\alpha_I^2 = 1$, ya que en este caso, el tipo p_1 mejorará su utilidad si anuncia p_2. Para reducir los incentivos a mentir para el tipo p_1, resulta óptimo (ver el apéndice) establecer $\alpha_E^2 > 0$.

Cuando $bp_1V - (1-p_1)\,c \geq 0$, es necesario que $\alpha_E^2 = 1$ para asegurarnos de que las restricciones de incentivos se satisfacen. Sin embargo, esto implica que un directivo observando p_1 puede obtener una utilidad estrictamente positiva si miente. Por tanto, la solución óptima requiere que demos al directivo que se encuentra con un proyecto de tipo p_1 este nivel de utilidad. En ausencia de compensación monetaria, la única forma de dar utilidad al directivo es llevar a cabo el proyecto con una probabilidad positiva.

Si el proyecto es implementado con fondos internos, entonces la probabilidad α_I^1 tiene que satisfacer

$$\alpha_I^1 bp_1V = bp_1V - (1-p_1)\,c \qquad \rightarrow \qquad \alpha_I^1 = \frac{bp_1V - (1-p_1)\,c}{bp_1V}$$

Si definimos $\sigma = \frac{bp_1V-(1-p_1)c}{bp_1V}$, el valor de la función objetivo cuando establecemos una solución separadora es

$$\Upsilon = \sigma H_I^1\theta_1 + H_E^2\theta_2$$

Proposición 1 *Cuando $p_1bV - (1-p_1)\,c > 0$ las posibles soluciones que nos podemos encontrar son:*

1. *Si $\Omega > \Upsilon$ se elige una solución* pooling. *La estructura* pooling *óptima se obtiene comparando los valores 0, Ω_{Ext} y Ω_{Int}.*

2. *Si $\Upsilon \geq \Omega$ la solución separadora $\alpha_I^1 = \sigma, \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_E^2 = 1$ y $\alpha_I^2 = 0$ es óptima.*

La condición $p_1 bV - (1 - p_1) c > 0$ es equivalente a suponer un valor bajo de c, el coste de bancarrota para el directivo de la subsidiaria. Como se observó previamente, esto nos asegura que la restricción de participación se satisface siempre, sin importarnos cuál es la política que el CS elija. La contrapartida es que la financiación con deuda, aunque reduce la utilidad esperada del directivo, no puede eliminar por completo el problema de agencia. Con más precisión, es imposible conseguir un equilibrio separador donde sólo se lleven a cabo los buenos proyectos. En su lugar, siempre que un equilibrio separador sea la mejor solución, se implementarán los proyectos buenos con probabilidad 1, pero se financiarán con deuda. Esto reduce la utilidad que tenemos que dar al directivo de la subsidiaria en el caso p_1. Sin embargo, como estamos considerando el caso en el que $p_1 bV - (1 - p_1) c > 0$, tenemos que dar una utilidad estrictamente positiva al directivo de tipo p_1 ya que de otra forma no se podrá llevar a cabo la separación. Esto se consigue estableciendo un valor $\alpha_I^1 > 0$, es decir, permitiendo que se realice alguna inversión ineficiente. El menor valor de α_I^1 que induce la separación es σ, y es creciente con p_1. Nótese también que el menor valor de p_1 compatible con la condición $p_1 bV - (1 - p_1) c > 0$ es $\underline{p}_1 = \frac{c}{bV+c}$. Con este valor, tenemos que $\sigma = 0$.

Las condiciones descritas en la Proposición 1 dependen del valor r_D. Podemos por tanto preguntarnos si se siguen satisfaciendo las condiciones en el caso de que el mercado de capitales utilice como una señal sobre la calidad del proyecto el hecho de que la empresa está pidiendo financiación por deuda. En otras palabras, ¿las condiciones que hacen que una cierta solución sea óptima siguen cumpliéndose cuando el valor de r_D se determina de forma endógena en un mercado de capitales competitivo?

Si llamamos $\Pr(p_i | D)$ a la probabilidad condicional asignada a p_i por el banco cuando la empresa pregunta por la financiación por deuda, entonces tenemos:

$$\Pr(p_1 | D) = \frac{\theta_1 \alpha_E^1}{\theta_1 \alpha_E^1 + \theta_2 \alpha_E^2} \qquad \Pr(p_2 | D) = \frac{\theta_2 \alpha_E^2}{\theta_1 \alpha_E^1 + \theta_2 \alpha_E^2} \tag{2}$$

siempre que $\theta_1 \alpha_E^1 + \theta_2 \alpha_E^2 > 0$. Si $\theta_1 \alpha_E^1 + \theta_2 \alpha_E^2 = 0$ (es decir, las empresas piden financiación por deuda con probabilidad cero) podemos asignar de forma arbitriaria nuestra creencia sobre $\Pr(p_1|D)$. Observando las soluciones *pooling* en las que la financiación externa no se utiliza, si establecemos $\Pr(p_1|D) = 1$, de forma que r_D se obtiene resolviendo $p_1(1 + r_D) = (1 + r)$, las condiciones de optimalidad resultan ser compatibles con este valor de r_D.

Si la empresa se financia con deuda con probabilidad positiva, la tasa r_D queda determinada por la condición:

$$(p_1 \Pr(p_1|D) + p_2 \Pr(p_2|D))(1 + r_D) = (1 + r)$$

que, usando (2), se convierte en:

$$\left(p_1\theta_1\alpha_E^1 + p_2\theta_2\alpha_E^2\right)(1 + r_D) = \left(\theta_1\alpha_E^1 + \theta_2\alpha_E^2\right)(1 + r),$$

y, en el caso $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = 1$ (solución *pooling* con financiación por deuda)

$$(p_1\theta_1 + p_2\theta_2)(1 + r_D) = (1 + r). \tag{3}$$

Observad que $(p_1\theta_1 + p_2\theta_2)(1 + r_D)$ es el valor esperado incondicional de prestar una unidad monetaria a la tasa r_D. Una de las condiciones que se tienen que cumplir para que esta solución sea óptima es

$$H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 \leq H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2,$$

o lo que es lo mismo, la financiación externa es mejor que la interna. Cuando r_D es dada por (3), la condición es equivalente a:

$$\theta_1 p_1 + \theta_2 p_2 \geq 1,$$

que es imposible. Concluimos que la solución *pooling* con financiación externa no es posible cuando determinamos r_D de forma endógena.

Consideremos ahora la solución en la que se separan los dos tipos. En este caso la empresa pide financiación con deuda sólo cuando la probabilidad de éxito es p_2, de forma que r_D se obtiene a partir de la condición $p_2(1 + r_D) = (1 + r)$. Por tanto, el tipo de interés de la deuda es bajo. Esto implica un problema, debido a que la financiación con deuda se vuelve especialmente atractiva cuando el proyecto tiene una probabilidad baja de éxito. Específicamente, la condición $\Upsilon > \Omega_{Ext}$, que implica $H_E^1 < 0$, podría no satisfacerse. Para asegurar que la financiación con deuda no es óptima cuando se observa p_1, el coste de bancarrota para el CS debe ser suficientemente alto. En concreto, la condición $H_E^1 < 0$ es equivalente a $(1 - p_1)k > p_1 V - \frac{p_1}{p_2}(1 + r)I$. Sólo cuando se cumpla esta condición, será posible un equilibrio separador.

Cambiemos nuestra atención al caso en el que el coste de bancarrota es alto para el directivo, es decir $p_1 bV - (1-p_1)\,c < 0$. La principal diferencia respecto al caso de c bajo es que la restricción de participación para el directivo que observa p_1 no se cumple automáticamente. De hecho, si establecemos $\alpha_E^1 = 1$ la restricción de racionalidad individual es violada. Esto implica que las únicas soluciones *pooling* son:

1. No invertir nunca, es decir $\alpha_E^1 = \alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = 0$. En este caso, el valor de la función objetivo es 0 y las restricciones de racionalidad individual se satisfacen siempre.

2. Invertir siempre con fondos internos, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = 0$ y $\alpha_I^2 = \alpha_I^1 = 1$. El valor de la función objetivo en este caso es

$$\Omega_{Int} = H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2$$

   y las restricciones de racionalidad individual se cumplen siempre.

3. Invertir tanto con fondos internos como externos, estableciendo una probabilidad de financiación externa estrictamente menor de uno.

Discutamos este último caso. Como estamos buscando una solución *pooling,* se cumplen las restricciones de compatibilidad de incentivos. Si el CS quiere usar financiación externa, el valor máximo de la probabilidad de usar deuda queda determinado por la restricción de racionalidad individual para el directivo en el caso p_1, es decir

$$b\left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right) p_1 V - \alpha_E^1\,(1-p_1)\,c \geq 0$$
$$\alpha_E^1 \leq \alpha_I^1 \frac{p_1 bV}{(1-p_1)c - p_1 bV}.$$

Por tanto, el CS elige el máximo valor de α_E^1 posible y, teniendo en cuenta la restricción de factibilidad $\alpha_E^1 + \alpha_I^1 \leq 1$, la solución en este caso es

$$\alpha_E^1 = \frac{p_1 bV}{(1-p_1)c} \qquad \alpha_I^1 = \frac{(1-p_1)c - p_1 bV}{(1-p_1)c}.$$

Si definimos $\beta = \frac{(1-p_1)c - p_1 bV}{(1-p_1)c}$ y $\xi = \frac{p_1 bV}{(1-p_1)c}$, esta solución *pooling* será $\alpha_I^1 = \alpha_I^2 = \beta$, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = \xi$. Y el valor de la función objetivo será igual a

$$\Omega_{Mix} = \beta\Omega_{Int} + \xi\Omega_{Ext}$$

Por tanto, la solución con financiación mixta sólo será óptima si $\Omega_{Ext} > \Omega_{Int}$.

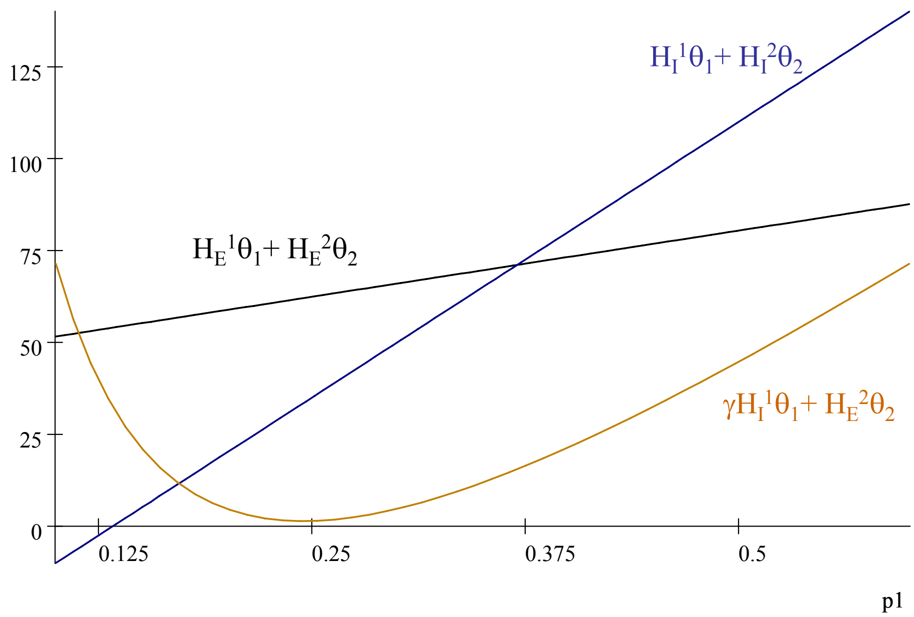
Consideremos ahora una solución separadora en que la subsidiaria no invierte cuando el estado de la naturaleza es p_1 y sí lo hace cuando el estado es p_2. Si $\alpha_E^2 = 0$ (como en la solución óptima con información completa) no se cumple la restricción de compatibilidad de incentivos para p_1. Por lo tanto, para asegurarnos de que el directivo está diciendo la verdad, debe haber una probabilidad positiva de financiación externa en el estado p_2. Elegimos el valor mínimo de α_E^2, ya que partimos del supuesto de que $H_E^2 < H_I^2$, y obtenemos: $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = \beta$, $\alpha_E^2 = \xi$. El valor de la función objetivo será:

$$\Phi^2 = \left(\beta H_I^2 + \xi H_E^2\right)\theta_2. \tag{4}$$

Para próximas referencias, también definimos:

$$\Phi^1 = \left(\beta H_I^1 + \xi H_E^1\right)\theta_1. \tag{5}$$

Veamos un ejemplo. Supongamos que los parámetros toman los valores $V = 1000$, $I = 500$, $r = 0.2$, $r_D = 0.7$, $p_2 = 0.8$, $\theta_1 = 0.3$, $b = 0.9$, $c = 100$ y $k = 90$.Para estos parámetros, el valor de $H_E^2 = 102$ y el de $H_I^2 = 200$. Y H_I^1 es siempre negativo, mientras que H_E^1 es positivo para valores altos de p_1 y es siempre mayor que H_I^1.Vamos a observar cómo cambia la decisión óptima de la empresa según el valor de p_1 :



Valores en función de p_1

Observamos que para valores de p_1 muy pequeños se elegirá la solución separadora. La razón es que si p_1 es muy bajo, la probabilidad de invertir en proyectos malos σ será muy cercano a cero, por lo que estaríamos prácticamente en una solución en la que sólo se invierte en los proyectos buenos (aunque con financiación externa). Para valores de p_1 intermedios se preferirá la solución *pooling* con financiación externa y para valores de p_1 altos la opción elegida será la solución *pooling* con financiación interna.

Proposición 2 *Si* $p_1 bV - (1-p_1)\, c < 0$ *entonces:*

1. *La solución* $\alpha_E^1 = \alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = 0$ *es óptima cuando* $\Phi^2 \leq 0$ *y* $\Omega_{Int} \leq 0$.
2. *La solución* pooling *con financiación interna* $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = 0$, $\alpha_I^1 = \alpha_I^2 = 1$ *es óptima cuando:* $\Omega_{Int} \geq 0$, $\Omega_{Int} \geq \Phi^2$, $\Omega_{Int} \geq \Phi^1$ *y* $\Omega_{Int} \geq \Omega_{Ext}$.
3. *La solución* pooling $\alpha_I^1 = \alpha_I^2 = \beta$, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = \xi$ *es óptima cuando* $\Phi^1 \geq 0$ *y* $\Omega_{Ext} > \Omega_{Int}$.
4. $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0, \alpha_I^2 = \beta$ *y* $\alpha_E^2 = \xi$ *es óptima sólo si* $\Phi^1 \leq 0$, $\Phi^2 \geq \max\{0, \Omega_{Int}\}$.

En este caso el valor de c es alto y por tanto, cualquier solución con $\alpha_E^1 = 1$ violaría la restricción de participación para el directivo de tipo p_1.

Sin embargo, sólo en esta situación podemos alcanzar un equilibrio separador donde la subsidiaria no invierte en p_1 y sí lo hace en p_2, utilizando sólo la forma de financiación como incentivo. Al mismo tiempo, si suponemos que $H_E^2 > 0$ nunca será óptima la solución de 'nunca invertir', ya que se puede conseguir un beneficio positivo induciendo separación, es decir, Φ^2 será siempre positiva.

El beneficio esperado de esta solución separadora se puede escribir como:

$$\Phi^2 = \left[p_2 V - \left(\beta\,(1+r) + \xi p_2\,(1+r_D)\right) I - \xi\,(1-p_2)\, k\right] \theta_2 \tag{6}$$

Observad que cuando $(1+r) = p_2\,(1+r_D)$ (esto ocurrirá en un equilibrio separador en el que la subsidiario de tipo p_2 pide financiación externa y los mercados de capitales son externos) la expresión (6) se simplifica y queda

$$\Phi^2 = \left[(p_2 V - (1+r)\, I) - \xi\,(1-p_2)\, k\right] \theta_2.$$

A saber, el beneficio esperado es igual al óptimo sin problemas de información (*first best*) menos el coste esperado de la bancarrota para el CS. Si suponemos

$k = 0$ (la bancarrota no es costosa para el CS), entonces podemos obtener el *first best* y no se necesitará dar incentivos mediante un salario variable.

La conclusión es que los incentivos monetarios serán necesarios sólo cuando los mercados de capitales no sean perfectos o los costes de bancarrota para el CS sean altos[3]. Si $k > 0$, el beneficio será mayor cuanto menor sea el valor de p_1 (si p_1 es alto, podría ser mejor opción un equilibrio *pooling*), cuanto mayor sea el valor de p_2, y cuanto mayor sea c.

Discutamos ahora las condiciones para que el mecanismo separador sea óptimo. En un mecanismo separador, la financiación por deuda debe ocurrir con probabilidad positiva, ya que en otro caso, el tipo p_1 anunciaría que es p_2. Como hemos discutido antes, elegiremos el valor más bajo de α_E^2 que satisface la restricción de compatibilidad de incentivos para p_1. Por tanto, la financiación con deuda tiene que ocurrir con una probabilidad intermedia. Sean $\alpha_I^2 = \beta,\ \alpha_E^2 = \xi$ las probabilidades de financiar con fondos internos y deuda, respectivamente, bajo el mecanismo óptimo. Entonces, la condición

$$\Phi^1 \leq 0$$

o, de forma equivalente,

$$H_E^1 \xi + H_I^1 \beta \leq 0 \tag{7}$$

requiere que cuando $p = p_1$ no sea rentable invertir. Si este valor fuera positivo, entonces la solución *pooling* con probabilidades de financiación (β, ξ) sería mejor que la solución separadora.

Por otro lado, la desigualdad

$$0 \leq \Phi^2$$

se satisface siempre si $H_E^2 > 0$. En este caso, esta solución es siempre beneficiosa. Recordad que esta era la razón por la que nunca se elegía la solución de 'nunca invertir' en este caso. Si $H_E^2 < 0$, esto no siempre se cumple. Finalmente, tenemos

$$\Phi^2 > \Omega_{Int}$$

que significa que el beneficio obtenido bajo separación debe ser mejor que el que se obtiene bajo *pooling.*

[3] Como es usual en este tipo de literatura, estamos suponiendo que el CS puede implementar las decisiones prometidas una vez que la información es revelada (el supuesto de compromiso). Si no, el equilibrio separador es imposible en el caso $k = 0$, debido a que el CS tendría incentivos para desviarse del equilibrio y financiar con deuda el proyecto de tipo p_1.

Observando ahora las condiciones para la optimalidad de las soluciones *pooling,* observamos que cuando $H_E^2 < 0$ la solución de 'nunca invertir' vuelve a ser posible de nuevo. Una de las condiciones para la optimalidad de esta solución es $\Phi^2 \leq 0$, es decir, la solución separadora no es óptima. La otra condición es

$$\Omega_{Int} < 0,$$

e implica que no es preferible implementar un equilibrio *pooling* con financiación interna.

Otra solución posible es invertir siempre con financiación interna. La condición

$$\Omega_{Ext} \leq \Omega_{Int},$$

significa que el equiibrio *pooling* con financiación interna es preferible al que usa financiación externa. Como ya hemos comentado antes, esta última solución *pooling* no es posible porque no satisface la restricción de participación para el tipo p_1 (hemos visto que no hay ninguna solución posible con $\alpha_E^1 = 1$); sin embargo, la condición implica que una solución mixta con probabilidad positiva de financiación externa será siempre peor que una solución en que la financiación provenga siempre de fondos internos.

La condición $\Omega_{Int} \geq 0$ dice que el beneficio esperado debe ser positivo, mientras que la condición

$$\Phi^1 \leq \Omega_{Int},$$

significa que la solución *pooling* es mejor que la solución separadora cuando se invierte sólo si $p = p_1$. Esta condición se cumplirá siempre que $H_E^2 < 0$. De la misma forma, la condición

$$\Phi^2 \leq \Omega_{Int}$$

establece que la solución *pooling* con recursos internos debe ser mejor que la solución separadora en la que sólo se invierte cuando $p = p_2$.

La última posibilidad es una solución *pooling* que usa fondos externos e internos en los dos estados de la naturaleza. Será óptima cuando

$$\Phi^1 \geq 0$$

o, de manera equivalente,

$$H_E^1 \xi + H_I^1 \beta \geq 0.$$

Es decir, el beneficio esperado de invertir con estas probabilidades en p_1 es positivo (si no, la solución separadora sería mejor). Esta condición es precisamente la contraria a la que hemos obtenido en la solución separadora (7). En este caso, debe ser conveniente invertir en p_1 con deuda, a pesar de tener que invertir también con recursos internos para compensar al directivo.

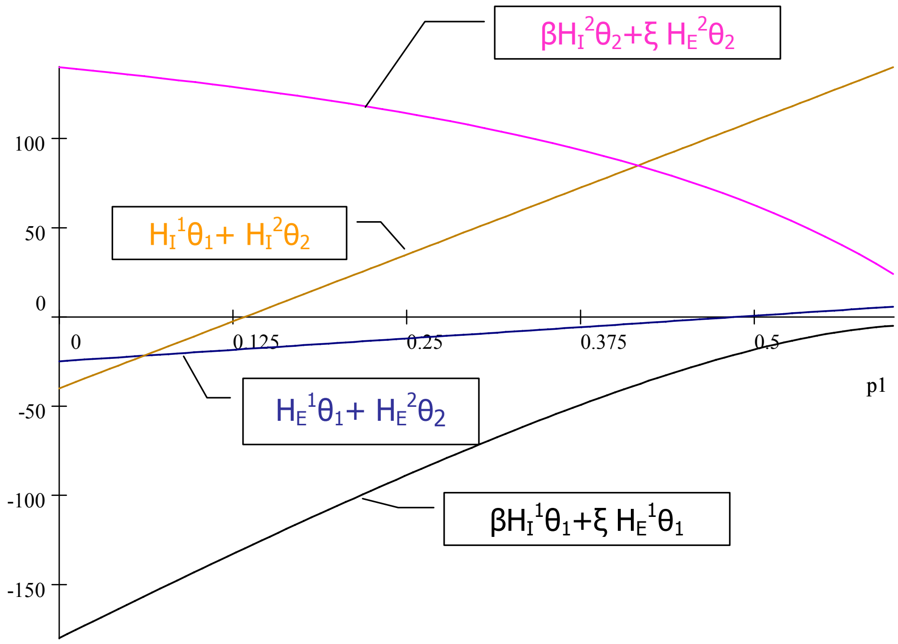
Para que se cumpla esta condición necesitamos $H_E^1 > 0$, lo que es posible sólo si $H_E^2 > 0$ y k no es demasiado alto. La otra condición para que este equilibrio sea óptimo es:

$$\Omega_{Ext} > \Omega_{Int}$$

es decir, el equilibrio *pooling* con financiación externa debe ser preferible que el de financiación interna. Esa solución *pooling* no es posible, ya que no cumpliría las restricciones de participación. Pero, si esta condición se cumple, el equilibrio *pooling* utilizando una probabilidad positiva de financiación externa será mejor que el equilibrio *pooling* con financiación interna.

Como hemos visto en el último apartado, esta condición no puede cumplirse si el valor de r_D es endógeno.

Veamos un ejemplo numérico. Supongamos que los parámetros son: $V = 1000$, $I = 500$, $r = 0.2$, $r_D = 0.9$, $p_2 = 0.8$, $\theta_1 = 0.3$, $b = 0.3$, $c = 500$ y $k = 120$. Para estos parámetros, el valor de $H_E^2 = 16$ y el de $H_I^2 = 200$. Y tanto H_E^1 como H_I^1 son siempre negativos, siendo $H_E^1 > H_I^1$.Vamos a observar cómo cambia la decisión óptima de la empresa según el valor de p_1 :



Valores en función de p_1

Observamos que para estos parámetros, cuando p_1 toma valores pequeños se preferirá la solución separadora, en la que sólo se financian los proyectos buenos. Sin embargo, para valores altos de p_1 se elegirá la solución *pooling* con financiación interna. La razón es que cuando p_1 no es tan pequeño, los proyectos de probabilidad de éxito baja no son tan malos.

4 Incentivos Monetarios

Si no hay ninguna restricción en los esquemas de compensación que se pueden usar, y en particular, si es posible pagar un salario negativo al directivo de la subsidiaria en algunas circunstancias, entonces siempre es posible alcanzar el *first best*, dado que tanto el principal como el agente son neutrales al riesgo. Este *first best*, como hemos discutido antes, consiste en financiar con recursos internos siempre que el VAN del proyecto sea positivo. Entonces, en el *first best* $\alpha_I^2 = 1$ y $\alpha_E^2 = \alpha_E^1 = \alpha_I^1 = 0$. Sea W_V^I el salario pagado cuando el proyecto ha obtenido como resultado V en el tipo p_2 y la financiación es interna. Si tomamos estos valores de α como dados y establecemos:

$$W_V^I(p_2) = -bV$$

y el resto de variables de salario iguales a cero, entonces todas las restricciones de participación y compatibilidad de incentivos se cumplen.

La única diferencia con la solución de información completa es la necesidad de pagar un salario negativo para dar incentivos a los directivos para decir la verdad. Si esto no se permite, en general no será posible obtener el *first best*, y será necesario encontrar una política de 'segundo óptimo' (*second best*).

Consideremos ahora el caso de 'responsabilidad limitada', es decir, que los salarios deban ser siempre no-negativos. Esto implica que el coste de bancarrota para el directivo no puede ser imitado de forma interna. En este caso no hay ninguna razón para pagar un salario positivo cuando el directivo anuncia p_2. El principal problema de incentivos es precisamente evitar que un directivo que observa p_1 anuncie p_2; pagar un salario esperado positivo cuando el directivo anuncia p_2 sólo puede empeorar el problema. Entonces, el único salario que será positivo, será $w(p_1) > 0$, y, además, sólo se pagará en el caso en el que el directivo anuncie p_1 y el proyecto no se lleve a cabo. Por tanto, podemos limitar el análisis a los esquemas salariales en los que sólo se paga una cantidad w en caso de anunciar p_1. Observad que $w\left(p_2, p_1\right) = w\left(p_1\right)$ (el salario pagado al directivo cuando dice que el proyecto tiene probabilidad de beneficio positivo p_1 y en realidad es p_2).

Además, podemos centrar el análisis en los casos en los que los incentivos monetarios se usan para conseguir una solución separadora. Cuando se selecciona una solución *pooling*, no hay que pagar ningún salario positivo, ya que no necesitamos dar incentivos para diferenciar el comportamiento de los tipos alto y bajo.

Podemos mostrar que la solución de 'nunca invertir' es óptima exactamente bajo las mismas circunstancias que en el caso de ausencia de incentivos monetarios. Los comentarios hechos antes también son de aplicación ahora. Por eso, nos limitaremos a estudiar las situaciones donde hay inversión.

Los casos en los que una solución separadora con incentivos monetarios es óptima se discuten en las dos siguientes proposiciones. Primero consideramos el caso en el que el coste de bancarrota para el directivo es bajo.

Proposición 3 *Si* $p_1 bV - (1 - p_1)\, c > 0$ *las posibles soluciones son:*

1. $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = 1$, $\alpha_E^2 = 0$, $w^1 = p_1 bV$ *es óptima si* $H_I^1 < -p_1 bV$, $H_E^1 < -(p_1 bV - (1 - p_1)c)$, $H_I^2 \theta_2 - \theta_1 p_1 bV > 0$ *y* $\left(H_I^2 - H_E^2\right)\theta_2 - \theta_1(1 - p_1)c > 0$

2. $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = 0$, $\alpha_E^2 = 1$, $w^1 = p_1bV - (1-p_1)c$ *es óptima si* $H_I^1 < -p_1bV$, $H_E^1 < -(p_1bV - (1-p_1)c)$, $H_E^2\theta_2 - \theta_1\left(p_1bV - (1-p_1)c\right) > 0$ *y* $\left(H_E^2 - H_I^2\right)\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c > 0$

Las dos posibilidades consisten en investigar sólo en el caso p_2. Teniendo en cuenta que vamos a pagar al directivo un salario en el caso p_1, no tiene sentido invertir en ese caso, ya que $H_I^1 < 0$. Es decir, si elegimos pagar un salario en p_1, no es necesario dar más incentivos al directivo invirtiendo también en ese caso.

Supongamos primero que $H_E^1 > 0$. ¿Cuándo será óptimo establecer un valor $\alpha_E^1 > 0$? Las únicas posibilidades para esto son un equilibrio *pooling*, que no necesita incentivos monetarios (y que hemos analizado en la sección previa) o un equilibrio separador donde la inversión se financia con recursos internos en el caso p_2 y con recursos externos en el caso p_1. Para satisfacer la restricción de compatibilidad de incentivos para p_1 necesitamos $w^1 \geq (1-p_1)c$.

Si ajustamos w_1 al menor valor posible (es decir, $(1-p_1)\,c$), la restricción de compatibilidad de incentivos para p_2 es

$$p_2bV \geq p_2bV + (p_2 - p_1)c.$$

Debido a que $p_2 > p_1$ esta expresión no se puede cumplir. Por tanto, este equilibrio separador no es posible.

Además, si consideramos la posibilidad de pagar también un incentivo monetario en p_2 obtenemos la desigualdad

$$(1-p_1)c \leq w^1 - w^2 \leq (1-p_2)c.$$

Como $(1-p_1) > (1-p_2)$ no hay ningún valor de $w^1 - w^2$ para el que se satisfacen las desigualdades. Como hemos señalado antes, pagar un incentivo monetario cuando el tipo del proyecto es p_2 daría más incentivos al directivo de la subsidiaria para no decir la verdad cuando el proyecto es p_1. Por tanto, cuando pueden usarse incentivos monetarios y su coste es menor, la subsidiaria nunca invertirá en el caso en que la probabilidad de éxito sea p_1.

En el caso de elegir $\alpha_I^2 = 1$, observamos que las condiciones de optimalidad simplemente resultan de una comparación con el coste de usar otras alternativas para dar incentivos. Por ejemplo, $H_I^1 < -p_1bV$ significa que el coste de utilizar un salario $w^1 = p_1bV$ es menor que la pérdida si invertimos en p_1 con financiación interna; la forma más barata de dar incentivos es por tanto el salario. Similarmente, la condición $H_E^1 < -\left(p_1bV - (1-p_1)c\right)$ compara la pérdida de invertir en p_1 con recursos externos con el salario que habría que pagar en ese caso (este salario es menor que $p_1 bV,$ porque el directivo es disuadido de anunciar un valor falso de p_2 por la desutilidad que sufre cuando la financiación es mediante deuda). La condición $H_I^2\theta_2 - \theta_1 p_1 bV > 0$ dice que el beneficio esperado tiene que ser positivo, y la última condición es simplemente la comparación entre el beneficio obtenido con esta opción $(H_I^2\theta_2 - \theta_1 p_1 bV)$ y el que se habría obtenido con financiación externa en p_2 $(H_E^2\theta_2 - \theta_1(p_1 bV - (1-p_1)c)$. Esta última condición se puede escribir también como:

$$H_I^2\theta_2 \geq H_E^2\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c$$

Es decir, el beneficio de invertir con financiación interna en p_2 debe ser mayor que el beneficio de invertir con financiación externa en p_2 más el ahorro en el coste de los incentivos monetarios. En el caso de $\alpha_E^2 = 1$ los comentarios son los mismos, pero con los índices cambiados.

¿Cuándo será mejor una solución separadora que una solución *pooling*? Se preferirá el equilibrio *pooling* con financiación interna al equilibrio separador con incentivos monetarios cuando

$$H_I^1 > -p_1 bV$$

De la misma forma, se preferirá la solución *pooling* con financiación externa a la solución separadora si

$$H_E^1 > -(p_1 bV - (1-p_1)c)$$

Hemos visto ya que la condición

$$\left(H_E^2 - H_I^2\right)\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c > 0$$

(para que $\alpha_E^2 = 1$ sea óptimo) es sólo la comparación entre el beneficio en esta situación y el beneficio si optáramos por $\alpha_I^2 = 1$. El término $\theta_1(1-p_1)c$ muestra los ahorros que la financiación externa permite en los costes de incentivos; estos ahorros ocurren cuando el proyecto es de p_1, esta es la razón por la que el término está multiplicado por su respectiva probabilidad θ_1. Cuando tomamos el valor r_D como endógeno (como hemos visto antes, $p_2(1+r_D) = 1+r$) la desigualdad se convierte simplemente en

$$(1-p_1)\,c\theta_1 > (1-p_2)\,k\theta_2,$$

a saber, se preferirá financiación externa a la interna cuando el ahorro en el coste de incentivos es mayor que el coste esperado de bancarrota para el CS.

La siguiente proposición trata el caso en el que c es alto.

Proposición 4 *Si $p_1 bV - (1-p_1)c < 0$ la única solución posible utilizando incentivos monetarios es: $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = 1$, $\alpha_E^2 = 0$, $w^1 = p_1 bV$ y será óptima cuando: $H_I^1 < -p_1 bV$, $H_E^1 < (1-p_1)c - p_1 bV$*

Las condiciones para la optimalidad de la solución trivial son las mismas que antes, y también hemos discutido ya las condiciones para la optimalidad del caso $\alpha_I^2 = 1$. En este caso, nunca tendremos $\alpha_E^2 > 0$ ya que los incentivos monetarios son siempre menos costosos que usar deuda (esto difiere del caso en que c es bajo).

5 Conclusiones

Como hemos visto, hay casos en los que una empresa puede buscar financiación externa, a pesar de que haya fondos internos disponibles y que los fondos externos sean más costosos que los internos. Esto ocurre cuando la deuda externa se usa para dar incentivos a los directivos de la subsidiaria.

Hemos analizado los diferentes casos que pueden ocurrir. Cuando el coste de bancarrota para el directivo de la subsidiaria es pequeño y no se permiten los incentivos monetarios, entonces no es posible una solución separadora. Por tanto, la empresa invertirá en todos los proyectos (o en ninguno) dependiendo de qué es más rentable en términos esperados. Encontramos dos casos donde se usa financiación externa: En el primer caso, la financiación siempre se realiza mediante deuda. Este caso será preferible cuando el interés de la deuda es bajo o cuando la fracción de inversión perdida en caso de bancarrota $\left(\frac{k}{I}\right)$ es baja. Sin embargo, si tomamos un valor endógeno de r_D, el equilibrio *pooling* con financiación interna será siempre preferible, por lo que concluimos que un equilibrio *pooling* con financiación externa es posible sólo con un valor exógeno de r_D. El segundo caso consiste en usar financiación externa sólo cuando $p = p_2$, e invertir en p_1 con una probabilidad menor de 1 utilizando financiación interna. Se elegirá este caso para valores pequeños de p_1, porque la probabilidad de inversión ineficiente será muy cercana a cero. Cuando determinamos r_D de forma endógena, esta solución resulta ser posible sólo para un valor suficientemente alto de k.

Cuando el coste de bancarrota para el directivo de la subsidiaria es suficientemente alto, podemos alcanzar un equilibrio donde sólo los proyectos buenos se llevan a cabo, sin usar incentivos monetarios. La forma de dar incentivos al directivo será precisamente la existencia de una probabilidad positiva de ser financiado con deuda. Si calculamos r_D de forma endógena y el coste de bancarrota para el CS es cero, entonces se obtiene el *first best* porque en este caso el coste de la deuda será igual al coste de los recursos internos para el CS. Por tanto, los incentivos monetarios sólo serán necesarios cuando los mercados de capitales sean imperfectos o el coste de bancarrota para el CS sea alto. Sin embargo, esto sólo es cierto si podemos suponer que el CS pude comprometerse a no desviarse de su decisión una vez que obtenga la información sobre el proyecto. La razón de esto es que si el coste de bancarrota para el CS es cero, tiene incentivos para desviarse del equilibrio y financiar con deuda el proyecto de probabilidad de éxito p_1. Cuando el CS no puede comprometerse, sólo será capaz de asegurar que no va a invertir con deuda en el proyecto malo si el coste de bancarrota para él es suficientemente alto. Si el coste de bancarrota para el CS no es cero, el beneficio obtenido con este equilibrio ya no será igual al *first best* y será mayor cuanto menor sea el valor de p_1 (si p_1 es alto, quizá un equilibrio *pooling* sea preferible), y cuanto mayor sean los valores de p_2 y c.

Cuando hay disponibilidad de incentivos monetarios, se puede alcanzar el *first best* simplemente haciendo al directivo que pague el equivalente a su beneficio personal cuando anuncia un buen proyecto. Esto, sin embargo, requiere un salario negativo. Si asumimos una restricción de responsabilidad limitada, entonces podemos obtener un equilibrio separador donde los proyectos de baja rentabilidad nunca son llevados a cabo y el directivo recibe un salario en este caso. Dependiendo del coste de este incentivo, será preferible usarlo o simplemente aplicar los resultados obtenidos previamente (usando una solución *pooling* e invirtiendo también en el caso p_1). En el caso de coste de bancarrota bajo para el directivo de la subsidiaria, el equilibrio separador se puede llevar a cabo con financiación interna o externa. Si el valor de r_D se determina de forma endógena, la financiación externa será preferida a la financiación interna cuando el ahorro en el coste de los incentivos monetarios sea mayor que el coste de bancarrota esperado para el CS. Sin embargo, si el coste de bancarrota para el directivo de la subsidiaria es alto, no se seleccionará nunca la financiación externa con incentivos monetarios porque en este caso no hay ningún ahorro en los costes de incentivos.

Apéndice

Demostración de la proposición 1. Si $p_1 bV - (1-p_1)\,c > 0$ entonces la restricción de racionalidad individual del tipo p_1 se satisface siempre y se puede ignorar. Vamos a resolver el problema bajo la hipótesis de que la restriccion de compatibilidad de incentivos para p_2 se satisface con una desigualdad estricta, por lo que el multiplicador de Lagrange asociado es cero. Definiendo el Lagrangiano como:

$$\begin{aligned}
L &= \alpha_I^1 H_I^1 \theta_1 + \alpha_E^1 H_E^1 \theta_1 + \alpha_I^2 H_I^2 \theta_2 + \alpha_E^2 H_E^2 \theta_2 + \\
&\quad + \lambda \left[p_1 bV(\alpha_I^1 + \alpha_E^1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2) - (\alpha_E^1 - \alpha_E^2)(1-p_1)\,c \right] + \\
&\quad + \mu_I^1 \alpha_I^1 + \mu_E^1 \alpha_E^1 + \gamma_1 (1 - \alpha_I^1 - \alpha_E^1) + \\
&\quad + \mu_I^2 \alpha_I^2 + \mu_E^2 \alpha_E^2 + \gamma_2 (1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2)
\end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned}
\alpha_I^1 &: \; H_I^1 \theta_1 + \lambda p_1 bV + \mu_I^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_E^1 &: \; H_E^1 \theta_1 + \lambda (p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_I^2 &: \; H_I^2 \theta_2 - \lambda p_1 bV + \mu_I^2 - \gamma_2 = 0 \\
\alpha_E^2 &: \; H_E^2 \theta_2 - \lambda (p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^2 - \gamma_2 = 0
\end{aligned}$$

Estas condiciones y sus complementarias condiciones de holgura tienen que satisfacerse en un punto óptimo.

Afirmación 5 *No hay solución con $\lambda = 0$.*

Dem. Si $\lambda = 0$ entonces

$$\gamma_1 = \theta_1 H_I^1 + \mu_I^1$$

Como $H_I^1 < 0$, esto implica $\mu_I^1 > 0$ y $\alpha_I^1 = 0$. Además:

$$\gamma_2 = \theta_2 H_I^2 + \mu_I^2 > 0$$

por lo que $\alpha_I^2 + \alpha_E^2 = 1$. Restando a la condición relativa a α_E^2 la condición de α_I^2, obtenemos:

$$\mu_E^2 = \mu_I^2 + \theta_2 \left(H_I^2 - H_E^2 \right) > 0.$$

Como $\theta_2 \left(H_I^2 - H_E^2\right) > 0$, tenemos $\alpha_E^2 = 0$. Entonces, observamos que si $\alpha_I^2 + \alpha_E^2 = 1$, $\alpha_E^2 = 0$ y $\alpha_I^1 = 0$, la restricción de compatibilidad de incentivos no puede cumplirse. ■

Esta afirmación implica que en un punto óptimo la restricción de compatibilidad de incentivos para $p = p_1$ se satisfará siempre con igualdad. Definamos ahora

$$\sigma = \frac{p_1 bV - (1 - p_1)\, c}{p_1 bV}.$$

Entonces, la afirmación 5 implica que en cualquier solución

$$\alpha_I^1 - \alpha_I^2 = \sigma \left(\alpha_E^2 - \alpha_E^1\right) \tag{8}$$

Diremos que una solución es *pooling* si $\alpha_I^1 = \alpha_I^2$ y $\alpha_E^1 = \alpha_E^2$. El siguiente resultado muestra que si una de las dos igualdades es cierta, entonces la otra también tiene que serlo.

Afirmación 6 $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 \Longleftrightarrow \alpha_I^1 = \alpha_I^2$.

Dem. Se sigue de forma inmediata de (8). ■

Cuando restringimos nuestra atención a las soluciones *pooling*, la restricción de compatibilidad de incentivos se cumple automáticamente. El supuesto $p_1 bV - (1 - p_1)\, c > 0$ implica que la racionalidad individual también se satisface siempre. Por tanto, el problema es simplemente

$$\max \qquad \alpha_I \left(H_I^1 \theta_1 + H_I^2 \theta_2\right) + \alpha_E \left(H_E^1 \theta_1 + H_E^2 \theta_2\right)$$

sujeto a las restricciones de factibilidad, donde α_I y α_E son las probabilidades comunes para los dos tipos. Si llamamos $\Omega_{Int} = H_I^1 \theta_1 + H_I^2 \theta_2$ y $\Omega_{Ext} = H_E^1 \theta_1 + H_E^2 \theta_2$ obviamente la solución *pooling* óptima será $\alpha_I = \alpha_E = 0$ si $\max\{\Omega_{Int}, \Omega_{Ext}\} \leq 0$, será $\alpha_I = 1$ y $\alpha_E = 0$ si $\Omega_{Int} \geq \max\{0, \Omega_{Ext}\}$ y $\alpha_I = 0$ y $\alpha_E = 1$ si $\Omega_{Ext} \geq \max\{0, \Omega_{Int}\}$.

El problema es por tanto si la solución es *pooling* o separadora. Denotemos con $\Omega = \max\{0, \Omega_{Int}, \Omega_{Ext}\}$ el valor máximo alcanzable bajo una solución *pooling*. La siguiente afirmación establece la estructura de una solución separadora. La aserción 6 implica que una solución separadora debe tener tanto $\alpha_E^1 \neq \alpha_E^2$ como $\alpha_I^1 \neq \alpha_I^2$.

Afirmación 7 *La solución* $\alpha_I^1 = \sigma, \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_E^2 = 1$ *y* $\alpha_I^2 = 0$ *es óptima cuando* $\sigma H_I^1 \theta_1 + H_E^2 \theta_2 > \Omega$.

Dem. Sustituyendo α_I^1 de (8) en la restricción de compatibilidad de incentivos, podemos reescribir la función objetivo como

$$\alpha_I^2\left(H_I^1\theta_1+H_I^2\theta_2\right)+\alpha_E^2\left(\sigma H_I^1\theta_1+H_E^2\theta_2\right)+\alpha_E^1\left(H_E^1-\sigma H_I^1\right)\theta_1$$

Dado que $\sigma H_I^1\theta_1+H_E^2\theta_2>\Omega$, en cualquier solución debemos tener $\alpha_I^2=0$ y $\alpha_E^2=1$. Teniendo en cuenta la igualdad (8) ,esto a su vez implica

$$\alpha_I^1=\sigma\left(1-\alpha_E^1\right).$$

Observemos ahora que $\sigma H_I^1\theta_1+H_E^2\theta_2>\Omega$ implica $\sigma H_I^1\theta_1+H_E^2\theta_2>H_E^1\theta_1+H_E^2\theta_2$, que a su vez implica $\left(H_E^1-\sigma H_I^1\right)<0$. Por tanto, en cualquier punto óptimo $\alpha_E^1=0$ y $\alpha_I^1=\sigma$. ■

Demostración de la proposición 2. El Lagrangiano es:

$$\begin{aligned}L\ =\ &\alpha_I^1H_I^1\theta_1+\alpha_E^1H_E^1\theta_1+\alpha_I^2H_I^2\theta_2+\alpha_E^2H_E^2\theta_2+\\&+\lambda_1\left[p_1bV\left(\alpha_I^1+\alpha_E^1\right)-\alpha_E^1\left(1-p_1\right)c\right]\\&+\lambda_2\left[p_1bV(\alpha_I^1+\alpha_E^1-\alpha_I^2-\alpha_E^2)-(\alpha_E^1-\alpha_E^2)\left(1-p_1\right)c\right]+\\&+\mu_I^1\alpha_I^1+\mu_E^1\alpha_E^1+\gamma_1(1-\alpha_I^1-\alpha_E^1)+\\&+\mu_I^2\alpha_I^2+\mu_E^2\alpha_E^2+\gamma_2(1-\alpha_I^2-\alpha_E^2)\end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned}\alpha_I^1\ &:\ H_I^1\theta_1+\left(\lambda_1+\lambda_2\right)p_1bV+\mu_I^1-\gamma_1=0\\\alpha_E^1\ &:\ H_E^1\theta_1+\left(\lambda_1+\lambda_2\right)\left(p_1bV-(1-p_1)c\right)+\mu_E^1-\gamma_1=0\\\alpha_I^2\ &:\ H_I^2\theta_2-\lambda_2p_1bV+\mu_I^2-\gamma_2=0\\\alpha_E^2\ &:\ H_E^2\theta_2-\lambda_2(p_1bV-(1-p_1)c)+\mu_E^2-\gamma_2=0\end{aligned}$$

En primer lugar, observamos que no puede haber solución con $\alpha_E^1=1$, ya que en este caso la restricción de participación para p_1 no se satisfaría. Además, esta restricción de participación crea un límite superior para α_E^1, dado por

$$\alpha_E^1\leq\frac{p_1bV}{(1-p_1)c-p_1bV}\alpha_I^2.$$

Denotemos como $\beta=\frac{(1-p_1)c-p_1bV}{(1-p_1)c}$ y $\xi=\frac{p_1bV}{(1-p_1)c}$, y sean Φ^2 y Φ^1 como en 4 y 5. Obtenemos el siguiente resultado.

Afirmación 8 *La solución* $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0, \alpha_I^2 = \beta$ *y* $\alpha_E^2 = \xi$ *es óptima sólo si* $\Phi^1 \leq 0$, *y* $\Phi^2 \geq \max\{\Omega_{Int}, 0\}$.

Dem. Bajo la solución propuesta, las condiciones de primer orden resultan

$$\begin{aligned} \frac{\mu_I^1}{p_1 bV} &= \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1 bV} - (\lambda_1 + \lambda_2) \\ \frac{\mu_E^1}{(1-p_1)c - p_1 bV} &= \frac{-H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1 bV} + (\lambda_1 + \lambda_2) \end{aligned}$$

Las condiciones de positividad se cumplirán si y sólo si

$$\frac{H_E^1}{(1-p_1)c - p_1 bV} \leq \lambda_1 + \lambda_2 \leq \frac{-H_I^1}{p_1 bV}$$

lo que es posible sólo si

$$\beta H_I^1\theta_1 + \xi H_E^1\theta_1 \leq 0.$$

Las condiciones $\gamma_2 \geq 0$, $\mu_I^2 = \mu_E^2 = 0$ producen

$$\frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1 bV} \leq \lambda_2 = \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_I^2\theta_2}{p_1 bV}.$$

Por tanto, necesitamos

$$\max\left\{\frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1 bV}, 0\right\} \leq \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_I^2\theta_2}{p_1 bV}.$$

Operando, obtenemos:

$$-H_E^2 p_1 bV \leq H_I^2\left((1-p_1)c - p_1 bV\right). \tag{9}$$

Esta condición es equivalente a

$$\beta H_I^2\theta_2 + \xi H_E^2\theta_2 \geq 0.$$

(Nótese que si $H_E^2 > 0$ esta condición será cierta siempre.)

Con este valor de λ_2, el valor de λ_1 debe cumplir:

$$\frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1 bV} - \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \leq \lambda_1 \leq \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1 bV} - \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c}$$

Y se debe satisfacer la siguiente condición:

$$\frac{-H_I^1\theta_1}{p_1 bV} - \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \geq 0$$

que puede expresarse como:

$$\xi H_E^2\theta_2 + \beta H_I^2\theta_2 \geq H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2$$

■

Afirmación 9 *La solución* pooling *con financiación interna:* $\alpha_E^1 = 0, \alpha_E^2 = 0$, $\alpha_I^1 = 1$ *y* $\alpha_I^2 = 1$ *es óptima cuando* $\Omega_{Int} \geq \max\left\{0, \Omega_{Ext}\ , \Phi^2, \Phi^1\right\}$.

Dem. $\mu_I^i = 0$, $\mu_E^i \geq 0$, $\gamma_i \geq 0$ para $i = 1, 2$.

Dado que la primera restricción de participación (IR) es positiva, $\lambda_1 = 0$. Por tanto, obtenemos:

$$
\begin{aligned}
\frac{\mu_E^1}{(1-p_1)c} &= \frac{(H_I^1 - H_E^1)\theta_1}{(1-p_1)c} + \lambda_2 \\
\frac{\gamma_1}{p_1 bV} &= \frac{H_I^1\theta_1}{p_1 bV} + \lambda_2 \\
\frac{\mu_E^2}{(1-p_1)c} &= \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} - \lambda_2 \\
\frac{\gamma_2}{p_1 bV} &= \frac{H_I^2\theta_2}{p_1 bV} - \lambda_2
\end{aligned}
$$

Lo que nos lleva a que para que los parámetros sean positivos debe cumplirse:

$$
\max\left\{\frac{-\left(H_I^1 - H_E^1\right)\theta_1}{(1-p_1)c}, \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1 bV}\right\} \leq \lambda_2 \leq \min\left\{\frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c}, \frac{H_I^2\theta_2}{p_1 bV}\right\},
$$

que puede escribirse como:

$$
\begin{aligned}
H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 &\geq 0 \\
H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 &\geq \beta H_I^2\theta_2 + \xi H_E^2\theta_2 \\
H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 &\geq \beta H_I^1\theta_1 + \xi H_E^1\theta_1
\end{aligned}
$$

Esta condición está incluida en la primera cuando $H_E^2 < 0$.

$$
H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 \geq H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2
$$

■

Afirmación 10 *La solución* $\alpha_I^1 = \alpha_I^2 = \beta$, $\alpha_E^1 = \alpha_E^2 = \xi$ *será óptima cuando:* $\Phi^1 \geq 0$, $\Phi^2 \geq 0$ *y* $\Omega_{Ext} \geq \Omega_{Int}$. *Esto sólo será óptimo si* $H_E^2 > 0$.

Dem. La optimalidad de esta solución requiere: $\mu_E^i = 0$, $\mu_I^i = 0$, $\gamma_i \geq 0$, $i = 1, 2$.

Las condiciones que resultan son:

$$
\begin{aligned}
\frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV} &\leq \lambda_1+\lambda_2=\frac{\left(H_E^1-H_I^1\right)\theta_1}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c-p_1bV} \\
\frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c-p_1bV} &\leq \lambda_2=\frac{(H_I^2-H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV}
\end{aligned}
$$

Dado que $\lambda_1 \geq 0$ y $\lambda_2 \geq 0$ (las restricciones de racionalidad individual y compatibilidad de incentivos se satisfacen con igualdad) obtenemos las siguientes condiciones:

$$
\begin{aligned}
\max\left\{\frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV},0\right\} &\leq \frac{\left(H_E^1-H_I^1\right)\theta_1}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c-p_1bV} \\
\max\left\{\frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c-p_1bV},0\right\} &\leq \frac{(H_I^2-H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV}
\end{aligned}
$$

Observamos que, como $H_I^1 < 0$, no será necesario compararlo con cero. De esta forma, esta condición se puede escribir como:

$$
\frac{-H_I^1}{p_1bV} \leq \frac{\left(H_E^1-H_I^1\right)}{(1-p_1)c} \leq \frac{H_E^1}{(1-p_1)c-p_1bV}
$$

O, lo que es lo mismo:

$$
\begin{cases}
\beta H_I^1\theta_1+\xi H_E^1\theta_1 \geq 0 \\
H_E^1-H_I^1 > 0 \\
H_E^1 > 0
\end{cases}
$$

Como hemos asumido que $H_I^1 < 0$, H_E^1 debe ser positivo para que la primera condición se cumpla. Por tanto, la última condición no es necesaria. De la misma forma, si $H_E^1 > 0$, y $H_I^1 < 0$, entonces necesariamente, $H_E^1 - H_I^1 > 0$.

Podemos resumir las condiciones en:

$$
\beta H_I^1\theta_1+\xi H_E^1\theta_1 \geq 0
$$

H_E^1 no puede ser positivo si $H_E^2 < 0$. Esto implica que, para que esta solución sea óptima, $H_E^2 > 0$.

La segunda condición puede escribirse como:

$$
\beta H_I^2\theta_2+\xi H_E^2\theta_2 \geq 0
$$

Si suponemos que $H_E^2 > 0$, no se necesitará esta condición porque siempre será positiva.

Además, dado que $\lambda_2 = \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c}$

$$\lambda_1 = \frac{\left(H_E^1 - H_I^1\right)\theta_1}{(1-p_1)c} - \frac{(H_I^2 - H_E^2)\theta_2}{(1-p_1)c} = \frac{H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2 - (H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2)}{(1-p_1)c} \geq 0$$

o, lo que es lo mismo:

$$H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2 \geq H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2$$

■

Afirmación 11 *La solución trivial* $\alpha_E^1 = \alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = 0$ *sólo puede ser óptima si* $H_E^2 < 0$. *En este caso, las condiciones de optimalidad son:* $\Phi^2 \leq 0$, $\Omega_{Int} \leq 0$

Dem. Las condiciones teniendo en cuenta que $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ serán:

$$\begin{aligned}
\frac{\mu_I^1}{p_1bV} &= \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV} - (\lambda_1 + \lambda_2) \\
\frac{\mu_E^1}{(1-p_1)c - p_1bV} &= \frac{-H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1bV} + (\lambda_1 + \lambda_2) \\
\frac{\mu_I^2}{p_1bV} &= \frac{-H_I^2\theta_2}{p_1bV} + \lambda_2 \\
\frac{\mu_E^2}{(1-p_1)c - p_1bV} &= \frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1bV} - \lambda_2
\end{aligned}$$

Por tanto, las condiciones de positividad se cumplirán si:

$$\begin{aligned}
\frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV} &\leq \lambda_2 \leq \frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1bV} \\
\max\left\{\frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1bV}, 0\right\} &\leq \lambda_1 + \lambda_2 \leq \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV}
\end{aligned}$$

Observamos en la primera condición que si $H_E^2 > 0$, la solución trivial es imposible.

Si $H_E^2 < 0$, entonces las condiciones serán las siguientes:

$$\begin{aligned}
\frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV} &\leq \frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1bV} \\
\max\left\{\frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1bV}, 0\right\} &\leq \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV}
\end{aligned}$$

Estas condiciones pueden escribirse como:

$$\begin{aligned}
\xi H_E^2\theta_2 + \beta H_I^2\theta_2 &\leq 0 \\
\xi H_E^1\theta_1 + \beta H_I^1\theta_1 &\leq 0
\end{aligned}$$

La primera condición nos recuerda que H_E^2 debe ser negativo. La última condición no es necesaria porque hemos supuesto que $H_I^1 < 0$ y H_E^1 siempre es más pequeño que H_E^2.

Además, como conocemos los valores entre los que está λ_2, obtenemos que:

$$\lambda_1 \leq \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV} - \lambda_2 < \frac{-H_I^1\theta_1}{p_1bV} - \frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV} = \frac{1}{p_1bV}(-H_I^1\theta_1 - H_I^2\theta_2)$$

Por tanto, otra condición para que $\lambda_1 \geq 0$ será $-H_I^1\theta_1 - H_I^2\theta_2 \geq 0$ o, lo que es lo mismo:

$$H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 \leq 0$$

De la misma forma:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &\geq \frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1bV} - \lambda_2 > \frac{H_E^1\theta_1}{(1-p_1)c - p_1bV} - \frac{-H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1bV} \\
&= \frac{H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2}{(1-p_1)c - p_1bV}
\end{aligned}$$

Podemos demostrar que $H_E^1\theta_1 + H_E^2\theta_2 < 0$, debido a que $H_E^2 < 0$ y, por tanto, $H_E^1 < 0$.Por lo que esta condición no es restrictiva.

■

Las condiciones, de nuevo, no se solapan.

Demostración de la proposición 3. Podemos ignorar la restricción de racionalidad individual porque siempre se va a cumplir ya que $p_1bV - (1-p_1)c > 0$.

Podemos escribir el Lagrangiano:

$$\begin{aligned}
L &= \alpha_I^1H_I^1\theta_1 + \alpha_E^1H_E^1\theta_1 - w^1\theta_1 + \alpha_I^2H_I^2\theta_2 + \alpha_E^2H_E^2\theta_2 + \\
&\quad +\lambda\left[p_1bV(\alpha_I^1 + \alpha_E^1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2) - (\alpha_E^1 - \alpha_E^2)(1-p_1)c + w^1\right] + \\
&\quad +\mu_I^1\alpha_I^1 + \mu_E^1\alpha_E^1 + \gamma_1(1 - \alpha_I^1 - \alpha_E^1) + \delta w^1 \\
&\quad +\mu_I^2\alpha_I^2 + \mu_E^2\alpha_E^2 + \gamma_2(1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2)
\end{aligned}$$

Y las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
\alpha_I^1 &: H_I^1\theta_1 + \lambda p_1bV + \mu_I^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_E^1 &: H_E^1\theta_1 + \lambda(p_1bV - (1-p_1)c) + \mu_E^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_I^2 &: H_I^2\theta_2 - \lambda p_1bV + \mu_I^2 - \gamma_2 = 0 \\
\alpha_E^2 &: H_E^2\theta_2 - \lambda(p_1bV - (1-p_1)c) + \mu_E^2 - \gamma_2 = 0 \\
w^1 &: -\theta_1 + \lambda + \delta = 0
\end{aligned}$$

El análisis de las condiciones de primer orden produce los siguientes resultados:

Afirmación 12 *No hay solución con* $\lambda = 0$.

Dem. Si $\lambda = 0$, la condición de w^1 implica $\delta = \theta_1 > 0$, es decir, $w = 0$. Entonces, el sistema es idéntico al caso donde no se paga ningún salario y podemos aplicar el resultado (5). ■

Como la restricción de compatibilidad de incentivos se satisface siempre con igualdad, el problema puede expresarse como:

$$\max_{\alpha_I^1,\alpha_E^1,\alpha_I^2,\alpha_E^2} \left(\alpha_I^1 H_I^1 + \alpha_E^1 H_E^1 - \left(\left(\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right) - \left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right)\right) p_1 bV - \left(\alpha_E^2 - \alpha_E^1\right)(1-p_1)\,c\right)\right)\theta_1$$
$$+ \left(\alpha_I^2 H_I^2 + \alpha_E^2 H_E^2\right)\theta_2$$

s.a.

$$\left(\left(\alpha_I^2 + \alpha_E^2\right) - \left(\alpha_I^1 + \alpha_E^1\right)\right) p_1 bV - \left(\alpha_E^2 - \alpha_E^1\right)(1-p_1)\,c \geq 0$$
$$\alpha_I^i \geq 0; \qquad \alpha_E^i \geq 0; \qquad \alpha_I^i + \alpha_E^i \leq 1,$$

donde la primera desigualdad garantiza que el salario será positivo. Escribimos el Lagrangiano como:

$$\begin{aligned} L &= \alpha_I^1 H_I^1 \theta_1 + \alpha_E^1 H_E^1 \theta_1 + \alpha_I^2 H_I^2 \theta_2 + \alpha_E^2 H_E^2 \theta_2 + \\ &\quad + (\theta_1 - \delta)\left[p_1 bV(\alpha_I^1 + \alpha_E^1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2) - (\alpha_E^1 - \alpha_E^2)(1-p_1)\,c\right] + \\ &\quad + \mu_I^1 \alpha_I^1 + \mu_E^1 \alpha_E^1 + \gamma_1(1 - \alpha_I^1 - \alpha_E^1) \\ &\quad + \mu_I^2 \alpha_I^2 + \mu_E^2 \alpha_E^2 + \gamma_2(1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2) \end{aligned}$$

y el sistema de condiciones de primer orden resulta:

$$\begin{aligned} H_I^1\theta_1 + (\theta_1 - \delta)\,p_1 bV + \mu_I^1 - \gamma_1 &= 0 \\ H_E^1\theta_1 + (\theta_1 - \delta)\,(p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^1 - \gamma_1 &= 0 \\ H_I^2\theta_2 - (\theta_1 - \delta)\,p_1 bV + \mu_I^2 - \gamma_2 &= 0 \\ H_E^2\theta_2 - (\theta_1 - \delta)\,(p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^2 - \gamma_2 &= 0 \end{aligned}$$

Afirmación 13 *La solución es* $\alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = \alpha_E^2 = 0, w = 0$ *si* $\Omega_{Int} \leq 0, \Upsilon \leq 0$ *y* $\Omega_{Ext} \leq 0$

Dem. Las condiciones de primer orden generan el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{\mu_I^1}{p_1bV} &= -\frac{H_I^1\theta_1}{p_1bV} - \theta_1 + \delta \\
\frac{\mu_E^1}{(p_1bV-(1-p_1)c)} &= -\frac{H_E^1\theta_1}{(p_1bV-(1-p_1)c)} + \delta - \theta_1 \\
\frac{\mu_I^2}{p_1bV} &= -\frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV} - \delta + \theta_1 \\
\frac{\mu_E^2}{(p_1bV-(1-p_1)c)} &= -\frac{H_E^2\theta_2}{(p_1bV-(1-p_1)c)} - \delta + \theta_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta &\geq \frac{H_I^1\theta_1}{p_1bV} + \theta_1 \\
\delta &\geq \frac{H_E^1\theta_1}{(p_1bV-(1-p_1)c)} + \theta_1 \\
\delta &\leq -\frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV} + \theta_1 \\
\delta &\leq -\frac{H_E^2\theta_2}{(p_1bV-(1-p_1)c)} + \theta_1
\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\max\left\{\frac{H_I^1\theta_1}{p_1bV}, \frac{H_E^1\theta_1}{(p_1bV-(1-p_1)c)}\right\} \leq \delta-\theta_1 \leq \min\left\{-\frac{H_I^2\theta_2}{p_1bV}, -\frac{H_E^2\theta_2}{(p_1bV-(1-p_1)c)}\right\}.$$

Dado que $\delta - \theta_1 \leq 0$ (si no, μ_I^1 y μ_I^2 no podrían ser positivos), obtenemos exactamente las mismas condiciones que en el caso sin incentivos monetarios y obtenemos la conclusión que queríamos demostrar. ■

Afirmación 14 *La solución es* $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = 1$, $\alpha_E^2 = 0$, $w^1 = p_1bV$ *si* $H_I^1 \leq -p_1bV$, $H_E^1 \leq -(p_1bV-(1-p_1)c)$, $H_I^2\theta_2 - \theta_1p_1bV \geq 0$ *y* $\left(H_I^2 - H_E^2\right)\theta_2 - \theta_1(1-p_1)c \geq 0$

Dem. Las condiciones de primer orden sabiendo que $\mu_I^1 \geq 0, \mu_I^2 = 0$, $\mu_E^i \geq 0, \delta = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 \geq 0$, $i = 1,2$, son:

$$\begin{aligned}
\mu_I^1 &= -H_I^1\theta_1 - \theta_1p_1bV \\
\mu_E^1 &= -H_E^1\theta_1 - \theta_1(p_1bV-(1-p_1)c) \\
\gamma_2 &= H_I^2\theta_2 - \theta_1p_1bV \\
\mu_E^2 &= \left(H_I^2 - H_E^2\right)\theta_2 - \theta_1(1-p_1)c
\end{aligned}$$

El signo de los parámetros se satisfará si las condiciones propuestas se cumplen. ∎

Afirmación 15 *La solución es* $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$, $\alpha_I^2 = 0$, $\alpha_E^2 = 1$, $w^1 = p_1 bV - (1 - p_1)c$ *si* $H_I^1 \leq -p_1 bV$, $H_E^1 \leq -(p_1 bV - (1-p_1)c)$, $H_E^2\theta_2 - \theta_1 (p_1 bV - (1-p_1)c) \geq 0$ *y* $\left(H_E^2 - H_I^2\right)\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c \geq 0$

Dem. Los parámetros deben tener los siguientes valores: $\mu_I^i \geq 0$, $\mu_E^1 \geq 0$, $\mu_E^2 = 0$, $\delta = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 \geq 0$ $i = 1, 2$.

$$
\begin{aligned}
\mu_I^1 &= -H_I^1\theta_1 - \theta_1 p_1 bV \\
\mu_E^1 &= -H_E^1\theta_1 - \theta_1(p_1 bV - (1-p_1)c) \\
\gamma_2 &= H_E^2\theta_2 - \theta_1(p_1 bV - (1-p_1)c) \\
\mu_I^2 &= \left(H_E^2 - H_I^2\right)\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c
\end{aligned}
$$

Obtenemos las condiciones desde este sistema de ecuaciones. ∎

Demostración de la proposición 4. Tenemos que añadir al Lagrangiano previo la restricción de racionalidad individual para p_1:

$$
\begin{aligned}
L = {} & \left(\alpha_I^1 H_I^1 + \alpha_E^1 H_E^1 - w\right)\theta_1 + \left(\alpha_I^2 H_I^2 + \alpha_E^2 H_E^2\right)\theta_2 + \\
& +\lambda_1 \left[p_1 bV(\alpha_I^1 + \alpha_E^1) - \alpha_E^1 (1-p_1) c + w^1\right] \\
& +\lambda_2 \left[p_1 bV(\alpha_I^1 + \alpha_E^1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2) - (\alpha_E^1 - \alpha_E^2)(1-p_1) c + w^1\right] + \\
& +\mu_I^1\alpha_I^1 + \mu_E^1\alpha_E^1 + \gamma_1(1 - \alpha_I^1 - \alpha_E^1) + \delta w^1 \\
& +\mu_I^2\alpha_I^2 + \mu_E^2\alpha_E^2 + \gamma_2(1 - \alpha_I^2 - \alpha_E^2)
\end{aligned}
$$

Las condiciones de primer orden son:

$$
\begin{aligned}
\alpha_I^1 &: \; H_I^1\theta_1 + (\lambda_1 + \lambda_2)p_1 bV + \mu_I^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_E^1 &: \; H_E^1\theta_1 + (\lambda_1 + \lambda_2)(p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^1 - \gamma_1 = 0 \\
\alpha_I^2 &: \; H_I^2\theta_2 - \lambda_2 p_1 bV + \mu_I^2 - \gamma_2 = 0 \\
\alpha_E^2 &: \; H_E^2\theta_2 - \lambda_2(p_1 bV - (1-p_1)c) + \mu_E^2 - \gamma_2 = 0 \\
w^1 &: \; (\lambda_1 + \lambda_2 - \theta_1) + \delta = 0
\end{aligned}
$$

Afirmación 16 *La solución trivial* $\alpha_E^1 = \alpha_I^1 = \alpha_E^2 = \alpha_I^2 = 0$ *es óptima sólo si:* $\beta H_I^2\theta_2 + \xi H_E^2\theta_2 \leq 0$, $\beta H_I^1\theta_1 + \xi H_E^1\theta_1 \leq 0$, $H_I^1\theta_1 + H_I^2\theta_2 \leq 0$

Dem. Es la misma solución que hemos obtenido antes sin usar incentivos monetarios (11). Se demuestra de la misma forma. ■

Afirmación 17 *La solución* $\alpha_I^1 = \alpha_E^1 = 0$*,* $\alpha_I^2 = 1$*,* $\alpha_E^2 = 0$*,* $w^1 = p_1 bV$ *será óptima cuando:* $H_I^1 \leq -p_1 bV$*,* $H_E^1 \leq (1-p_1)c - p_1 bV, H_I^2\theta_2 - \theta_1 p_1 bV \geq 0$ *y* $H_I^2\theta_2 \geq H_E^2\theta_2 + \theta_1(1-p_1)c$

Dem. Los parámetros deben tomar los siguientes valores: $\mu_I^1 \geq 0, \mu_I^2 = 0$, $\mu_E^i \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_1 = 0$, $\delta = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 \geq 0$, $i = 1, 2$.

$$\begin{aligned}
\lambda_2 &= \theta_1 \\
\mu_I^1 &= -H_I^1\theta_1 - \theta_1 p_1 bV \\
\mu_E^1 &= -H_E^1\theta_1 - \theta_1(p_1 bV - (1-p_1)c) \\
\gamma_2 &= H_I^2\theta_2 - \theta_1 p_1 bV \\
\mu_E^2 &= \left(H_I^2 - H_E^2\right)\theta_2 - \lambda_2(1-p_1)c = \left(H_I^2 - H_E^2\right)\theta_2 - \theta_1(1-p_1)c
\end{aligned}$$

■

Referencias

[1] Heitor Almeida y Daniel Wolfenzon (2006), 'Should Business Groups be Dismantled? The Equilibrium Costs of Efficient Internal Capital Markets', *Journal of Financial Economics,* **79**, 99-114.

[2] Glen C. Arnold y Panos D. Hatzopoulos (2000), 'The Theory-Practice Gap in Capital Budgeting: Evidence from the United Kingdom'. *Journal of Business Finance & Accounting*, **27 5/6**, June/July 2000, 603-626.

[3] Magda Bianco y Giovanna Nicodano (2006), 'Pyramidal groups and debt', *European Economic Review,* **50(4),** 99-114.

[4] Roberta Dessí y Donald Robertson (2003), 'Debt, Incentives and Performance: Evidence from UK Panel Data', *The Economic Journal,* **113**, 1-17.

[5] Milton Harris, Charles H. Kriebel y Artur Raviv (1982) 'Asymmetric Information, Incentives and Intrafirm Resource Allocation', *Management Science* **28**, 604-620.

[6] Milton Harris y Artur Raviv (1996) 'The Capital Budgeting Process: Incentives and Information' *The Journal of Finance*, **51 N^o 4**, 1139-1174.

[7] Naveen Khanna y Sheri Tice (2001), 'The Bright Side of Internal Capital Markets', *The Journal of Finance*, **56 N^o 4**, 1489-1528.

[8] Stewart C. Myers y Nicholas S. Majluf (1984) 'Corporate Financing and Investment Decisions when Firms have Information that Investors do not have'. *Journal of Financial Economics*, **13**, 421-453.

[9] Jeremy Stein (2003) 'Agency, Information and Corporate Investment', in *Handbook of Economics and Finance*, **1A,** North Holland.

[10] René Stulz (1990), 'Managerial Discretion and Optimal Financing Policies', *Journal of Financial Economics*, **26**, 3-27.

[11] René Stulz (1999), 'What's Wrong with Modern Capital Budgeting?', *Financial Practice and Education*, **9(2)**, 7-11.

Capítulo 3:

Teorías Dinámicas Sobre Contratos Financieros. Una Reseña de la Literatura

Contenidos

1 Introducción

En la actualidad nos encontramos con numerosos estudios que analizan contratos financieros de más de un período. El interés por esta línea de investigación surge porque la literatura sobre financiación que sólo miraba a un período no podía contestar a muchas preguntas que surgen a partir de la investigación empírica.

Como resume Hubbard (1998), los principales descubrimientos de los estudios empíricos son que:

(i) hay una correlación significativa entre la inversión de las empresas y los cambios en el valor neto de la empresa o de los fondos internos y

(ii) esta correlación es más importante para las empresas con más probabilidad de tener que afrontar imperfecciones del mercado de capitales.

El primer descubrimiento sugiere la existencia de fricciones en los mercados financieros que afectan a las decisiones de inversión de las empresas independientemente de su capacidad de producción futura o sus oportunidades de mercado. Estas restricciones financieras son, por tanto, muy importantes para la evolución de la empresa, afectando principalmente a su tamaño, crecimiento y probabilidad de supervivencia. El segundo descubrimiento, a su vez, subraya la existencia de heterogeneidad significativa en el modo en que estas fricciones afectan al comportamiento inversor de las empresas. En particular estas fricciones son más importantes para ciertas categorías de empresas, tales como las más pequeñas y jóvenes.

Los tests empíricos sobre restricciones de financiación son indirectos, concentrándose sobre todo en la sensibilidad de la inversión a innovaciones en el proceso de obtención de flujos de caja y en otras características de las dinámicas de la empresa (Fazzari el al.,1988). De esa forma, se observa que esta sensibilidad disminuye con la edad y el tamaño. El tamaño de la empresa aumenta con la edad; la supervivencia aumenta con el tamaño de la empresa; la probabilidad de salida del sector primero aumenta y después disminuye con la edad de la empresa; la media y la varianza de la tasa de crecimiento disminuye con tamaño y edad. Las empresas pequeñas y más jóvenes pagan menos dividendos, se endeudan más, e invierten más, así mismo, la inversión de las empresas pequeñas es más sensible a los flujos de caja, incluso después de controlar la rentabilidad futura (Evans (1987), Hall (1987), Dunne et al.(1989), Clementi y Hopenhayn (2006)).

Sin embargo, hay un debate abierto sobre si estos estudios empíricos que analizan la sensibilidad de la inversión a variaciones en los flujos de caja están midiendo verdaderamente las restricciones de financiación (Kaplan y Zingales, 1997; Castillo, 2001). Fazzari et al. (2000) argumentan a favor de su modelo que la mayoría de literatura empírica que se ha basado en él apoyan los descubrimientos e interpretación de Fazzari et al. (1988) incluso después de solventar sus limitaciones. Además, desde el punto de vista de Fazzari et al. (2000), la interpretación de Kaplan y Zingales (1997) del artículo de Fazzari et al. (1988) no es correcta, debido a su definición operativa de restricciones de liquidez y a la forma en la que clasifica las empresas entre restringidas y no restringidas. Su definición de ausencia de restricciones de liquidez es la capacidad de una empresa para invertir más en un momento particular del tiempo, cuando en realidad las empresas pueden tener incentivos a mantener una capacidad de deuda o stocks de caja de precaución para contrarrestar posibles shocks en el flujo de financiación interna. Sin embargo, Castillo (2001), realizando una serie de estimaciones econométricas, descubre que, a pesar de que en algunos casos el coeficiente de sensibilidad podría ser un indicador acertado de la existencia de restricciones de liquidez, no necesariamente se puede considerar un buen indicador de la magnitud de dichas restricciones, ya que no siempre hay monotonicidad entre estas dos variables, dando validez a los argumentos de Kaplan y Zingales (1997).

Otra literatura empírica en la que se basa esta investigación son los análisis sobre la evolución de la estructura de la propiedad de las empresas. Mikkelson et al. (1997) descubren que la proporción de acciones mantenida por los empresarios o directivos tiende a disminuir en el tiempo después de que la empresa comience a cotizar en bolsa. Además, esta propiedad disminuye más rápido cuando las empresas experimentan un crecimiento mayor. LaPorta et al (1998) descubren que la propiedad de la empresa por parte de los directivos disminuye con el tiempo y que a mayor grado de protección de los inversores, menor concentración de propiedad.

Nos encontramos con dos líneas de investigación principales sobre contratos financieros:

1. Estudios sobre cuál sería el mejor tipo de contrato financiero ex-ante. Preguntas que contestan:
   (a) condiciones para la liquidación (por ejemplo, cuando no se pague una cuota, o cuando se llegue a un determinado valor de la empresa);
   (b) restricciones financieras que aparecen al diseñar un contrato de endeudamiento óptimo bajo información asimétrica. Afectan, como ya hemos comentado antes, a la evolución de la empresa. Pueden ser debidas a la asimetría de información o a la incapacidad por parte de los inversores para obligar al empresario a cumplir el contrato;
   (c) estructura óptima de propiedad de la empresa. La estructura de propiedad de una empresa es central para las decisiones de inversión y evolución de la empresa. Al mismo tiempo, la estructura de

propiedad es probable que cambie conforme la empresa evoluciona en el tiempo.

2. Los que estudian las renegociaciones de los contratos financieros ex-post. Preguntas que contestan:

   (a) por qué los acreedores realizan concesiones a los deudores para evitar una liquidación que ex -ante era óptima. La evidencia demuestra que en estas renegociaciones no se respeta el acuerdo inicial por el que los acreedores tenían prioridad sobre los beneficios de la empresa.

   (b) diseño óptimo de las leyes de quiebra.

2 Contratos Financieros Óptimos Ex-ante

La teoría puede contribuir al debate abierto por los estudios empíricos sobre la importancia de las restricciones financieras a través de una comprensión mejor de estas restricciones y sus implicaciones empíricas. Hay una línea de literatura teórica que sugiere que la relación entre el crecimiento de la empresa y su edad ocurre por razones financieras. Cooley y Quadrini (2001), por ejemplo, sugieren que los efectos de la edad en el crecimiento de la empresa ocurren debido a diferencias en las opciones financieras disponibles para las empresas en diferentes edades. Encuentran que añadiendo fricciones financieras al modelo (provenientes de costes derivados de la liquidación y de la emisión de nuevas acciones) se pueden explicar los resultados empíricos sobre la relación entre edad y crecimiento. Sin embargo, sus fricciones financieras aparecen de forma exógena al modelo.

Las restricciones deben satisfacer un requerimiento de consistencia dinámica: El valor de la deuda pendiente restringe el acceso actual a la financiación a corto plazo, pero además este valor es determinado por el futuro acceso al crédito. De la misma forma, el capital propio restringe el acceso actual a los mercados financieros, pero a la vez está limitada por el acceso futuro al crédito.

Nosotros nos vamos a fijar en la línea de literatura que trata de obtener las razones de existencia de las restricciones financieras realizando modelos dinámicos de contratos financieros óptimos. Las razones por la que pueden aparecer estas restricciones financieras son principalmente dos: asimetría de información e imposibilidad de ejecutar todas las normas contractuales.

Dos artículos empíricos que han estudiado tanto los efectos de la asimetría de información como los de los problemas de ejecución de los contratos cuando se permiten contratos de endeudamiento a largo plazo son Atkeson (1991) y Marcet y Marimon (1992). Atkeson (1991) muestra que la información asimétrica y la falta de refuerzos para hacer cumplir los contratos pueden explicar por qué los países en vías de desarrollo experimentan salidas de capital cuando sufren shocks idiosincráticos negativos. Marcet y Marimon (1992) estudian los efectos de las mismas imperfecciones en la acumulación de capital. Obtienen que cuando el endeudamiento está sujeto a restricciones de información, aunque la acumulación de capital y los patrones de inversión se pueden mantener en niveles eficientes, los patrones de consumo y la distribución de la riqueza sí se ven afectados. En contraste, las restricciones en la ejecución de los contratos pueden reducir las oportunidades de financiación externa y afectar los patrones de inversión y el crecimiento económico. Por tanto, ambos artículos macroeconómicos tienen en cuenta las dos razones por las que puede haber restricciones financieras, obteniendo Marcet y Marimon (1992) resultados diferentes según cuál sea la razón de la restricción financiera.

Marín y Olivier (2003) explican los movimientos de los precios de los mercados de valores utilizando como variable las restricciones al endeudamiento que poseen las empresas y que se observan empíricamente. Tratan con ello de hacer un análisis más objetivo, en lugar de utilizar hipótesis sobre las preferencias y posibles asimetrías de información de los individuos. Sin embargo, como veremos, la mayoría de estudios se decantan por explicar las restricciones financieras por medio de hipótesis sobre las preferencias. Su análisis parte de la hipótesis de que existen estas restricciones y a partir de ahí explica la evolución en el valor de las empresas. Nosotros nos fijaremos en la explicación de cómo aparecen esas restricciones financieras.

Analicemos los distintos resultados que se observan en la literatura teórica.

2.1 Asimetría de Información

Como comenta Hubbard (1998), la línea de investigación que analiza modelos de información asimétrica y problemas de incentivos en los mercados de capitales ha obtenido que los costes de información y los recursos internos de las empresas influencian el coste de los fondos externos disponibles para invertir. En un nivel de investigación 'micro', como el que estamos observando, los problemas de información asimétrica entre acreedores y prestatarios llevan a que sea mayor el coste de financiación externa que el de financiación interna. Por otro lado, los estudios empíricos han tratado de aislar los efectos de los costes de información y de los recursos internos en la inversión. Los descubrimientos principales de estos estudios son, como ya hemos comentado antes, que hay relación entre la cantidad de fondos internos y las inversiones y que esta relación es más importante en empresas que sufren problemas de mercados de capitales imperfectos.

Gertler (1992) estudia el contrato óptimo entre un acreedor y un deudor en una economía de producción de 3 períodos con información asimétrica. Asume que cuando no se puede hacer frente a los pagos de la deuda, estos se renegocian en lugar de llevar a una liquidación. Al suponer que los acreedores y los deudores mantienen una relación a largo plazo, los costes de agencia no dependen sólo de los activos financieros del deudor sino también de los flujos de caja esperados provenientes del proyecto en el que va a invertir con ese dinero. Por tanto, las restricciones financieras dependerán tanto del dinero actual como de lo que se espera obtener en el futuro. De esta forma, Gertler (1992) obtiene que pequeños shocks persistentes en el nivel macroeconómico inducirán grandes fluctuaciones en las restricciones financieras, lo que se traduce en grandes fluctuaciones en los resultados futuros[1]. Lo que se espera sobre los resultados futuros afecta a la capacidad financiera, y esta a su vez afecta la producción actual. Así es como surgen las restricciones al endeudamiento que se puede obtener y sensibilidad de la inversión a los flujos de caja. En Gertler (1992), el contrato simplemente describe una secuencia contingente de flujos financieros entre el empresario y el acreedor, pero dejan sin especificar más el contrato financiero. Esto puede ser importante, porque DeMeza y Webb (1987) ilustran que los supuestos sobre la forma que toman los contratos financieros (deuda o capital) pueden tener efectos notorios en el equilibrio de un modelo.

Bernanke y Gertler (1989) desarrollaron un modelo de equilibrio general en el que los costes de agencia aparecen de forma endógena. Una idea interesante de este artículo es la posibilidad teórica de que los costes de agencia aumenten la propagación de los shocks de productividad. Carlstrom y Fuerst (1997) tratan de capturar cuantitativamente estos efectos que Bernanke y Gertler (1989) ana-

[1] Esto es lo que Gertler pretendía demostrar: la razón de la evidencia empírica de que pequeños cambios macroeconómicos llevan a grandes cambios en el output de las empresas. Aquí estamos enfocándonos sobre todo en el nivel 'micro', por eso, no hago hincapié en la literatura empírica sobre el tema macroeconómico.

lizan cualitativamente. Una conclusión que obtienen es que el modelo de coste de agencia replica el hecho empírico de que, en horizontes cortos, el crecimiento del output manifiesta una autocorrelación positiva. Los costes de agencia disminuyen con el tiempo porque el shock de productividad aumenta el rendimiento de los fondos internos.

DeMarzo y Fishman (2003) y Quadrini (2004) consideran también contratos óptimos de préstamo a largo plazo en entornos caracterizados por información asimétrica. DeMarzo y Fishman (2003) se concentran en la implementación de acuerdos a largo plazo por medio de contratos comúnmente observados (acciones, deuda a largo plazo y una línea de crédito), mientras que Quadrini (2004) caracteriza los contratos libres de renegociación (y por tanto, enlaza con el segundo tipo de investigación).

Himmelberg y Quadrini (2002) caracterizan el contrato dinámico óptimo entre los empresarios aversos al riesgo e inversores neutros al riesgo en un escenario de horizonte infinito con información asimétrica. Concluyen que bajo ciertas condiciones, el contrato óptimo se puede implementar haciendo que el empresario tenga la propiedad de un porcentaje de acciones de la empresa. Esta propiedad evoluciona en el tiempo y tiende a disminuir conforme la riqueza del empresario aumenta. Otro resultado del artículo es que la concentración de propiedad declina con el grado de protección del inversor. Por tanto, las propiedades de los contratos óptimos entre los sujetos que controlan los recursos en la empresa y los que proporcionan los fondos (inversores externos) explican los patrones que se ven en la literatura empírica sobre la disminución de la concentración de propiedad con el tiempo (Mikkelson et al. (1997), La Porta et al. (1998)). Se observa que conforme la riqueza del empresario aumenta el contrato puede cumplir la compatibilidad de incentivos con menor propiedad del empresario. La razón que aporta el modelo de Himmelberg y Quadrini (2002) es que hay una probabilidad positiva de que el shock sea información pública. Este supuesto implica que el incentivo a desviar fondos para sí mismo disminuye conforme aumenta la riqueza del empresario. Esta probabilidad determina el grado de protección del inversor. Por tanto, cuanto mayor es esta probabilidad menor será la concentración de propiedad. Este resultado de que el contrato óptimo puede ser implementado a través de la propiedad del empresario de un porcentaje de las acciones de la empresa sólo se cumple cuando el shock toma dos valores. Cuando el shock toma más de dos valores, el contrato óptimo se puede implementar con el uso adicional de *stock options*. Esta parte entroncaría con la literatura de compensación a los directivos, literatura muy amplia y que ya ha sido muy analizada, y, por tanto, no es el objetivo de esta revisión. La propiedad del empresario evoluciona en el tiempo de acuerdo a los resultados de la empresa. Inicialmente, la riqueza del empresario es pequeña y el contrato óptimo requiere que encare parte del riesgo de la empresa, manteniendo una gran proporción de acciones. Cuando la riqueza del empresario es suficientemente grande, esta propiedad necesaria disminuye. Como la riqueza del empresario aumenta con el tiempo, la propiedad interna tiende a disminuir con la edad de la empresa.

Mucha literatura estudia los contratos óptimos para compartir el riesgo cuando la asimetría de información proviene de que sólo el agente observa los flujos de caja. En la literatura de contratos entre un principal y un agente la principal diferencia con otras líneas de investigación es que se supone que el agente es averso al riesgo y, mientras que en la solución de información perfecta el principal, neutral al riesgo, asumiría todo el riesgo del proceso de producción, cuando hay que realizar un esquema de incentivos se impone algo de riesgo al agente. Sin embargo, cuando se realiza el análisis en entornos dinámicos se podría llegar a la solución óptima de simetría de información siempre que se suponga que ni el principal ni el agente descuentan el futuro (Rubinstein y Yaari (1983), Radner (1981)). Una gran parte de la investigación sobre contratos dinámicos óptimos se ha concentrado en cómo la naturaleza repetida de los acuerdos puede usarse para facilitar el reparto de riesgos disminuyendo los problemas relacionados con la información privada (ver Lambert (1983), Rogerson (1985), Green (1987), Spear y Srivastava (1987) y Atkenson y Lucas (1992), entre otros). Lambert (1983) y Rogerson (1985) examinan características cualitativas del contrato óptimo con descuento. Los dos artículos llegan a la conclusión de que la historia previa juega un papel esencial en una relación repetida, y que en general, el contrato óptimo en cualquier período dependerá de forma no trivial de la historia previa de la relación. Además, también demuestran que durante un período dado, el contrato óptimo fuerza al agente a sufrir algo de riesgo, un resultado dentro de la interpretación estándar de proporcionar los incentivos correctos al agente. Spear y Srivastava (1987) demostraron cómo conseguir una representación simple del contrato que evite la dificultad de tratar con la dependencia de la historia. La forma de conseguir esta es incluir la utilidad esperada condicional del agente como variable de estado. De esta forma, llegan a que los contratos óptimos operan en dos etapas. En la primera, el riesgo es distribuido entre el principal y el agente para proporcionar los incentivos apropiados al agente. Esta etapa funciona justo como en el modelo de agencia estático. En la segunda etapa, el contrato especifica un pago de utilidad futura prometida al agente que es óptima en todos los períodos. Cuando este tipo de modelos se utiliza para analizar contratos financieros se obtiene que al principio hay una etapa de restricciones financieras, donde no se puede conseguir toda la financiación deseada u óptima, pero en el futuro se puede llegar (dependiendo de la historia) a una etapa sin restricciones financieras en la que la financiación es óptima (Clementi y Hopenhayn, 2006). Clementi y Hopenhayn (2006) asumen que tanto el acreedor como el deudor son neutros al riesgo. A pesar de eso, aparecen consideraciones sobre el riesgo en el diseño del contrato óptimo, como resultado de la interacción de la responsabilidad limitada y una función de ingresos cóncava. El grado resultante de aversión al riesgo no es constante y depende del capital del empresario. Encuentran que se tiende a correr riesgos en los extremos, cerca del área de liquidación y para valores grandes de capital. En su modelo el proyecto y su riesgo se toman de forma exógena. Una interesante dirección para extender su teoría sería permitir que el riesgo sea una variable de decisión.

La idea general de todos estos modelos es muy similar a los modelos analizados sobre relaciones contractuales entre un principal y un agente. A grandes rasgos:

Un agente (empresario) tiene la posibilidad de invertir en un proyecto. El proyecto es arriesgado y el resultado que dé en cada período es sólo observable por el agente (aunque la distribución de los flujos de caja es públicamente conocido). El agente no tiene suficientes fondos para llevar a cabo el proyecto y necesita apoyo financiero. Además de necesitar capital externo para el inicio del proyecto, en los siguientes períodos futuros necesitará capital operativo para continuar con el proyecto, para cubrir pérdidas futuras que pudieran ocurrir y para consumir. Sin embargo, el agente podría mentir sobre el resultado de cada período para obtener un beneficio privado sin el conocimiento del inversor. Específicamente, el agente podría (i) ocultar y desviar los flujos de caja para su propio consumo y/o (ii) dejar de realizar esfuerzo costoso, lo que disminuye la media esperada de los flujos de caja (DeMarzo y Fishman, 2006; DeMarzo y

Sannikov, 2006). Para dar incentivos apropiados al agente, los inversores pueden controlar el salario del agente y pueden retirar su apoyo financiero del proyecto y forzar su terminación temprana. Los modelos tratan de analizar el contrato óptimo entre los inversores y el agente en este escenario, es decir, el contrato que maximiza la riqueza de los inversores sujeto a las restricciones de compatibilidad de incentivos y participación. Estos incentivos necesarios son los que hacen que el contrato óptimo con información asimétrica sea diferente del que resultaría bajo información perfecta. Las restricciones financieras nacen precisamente de la necesidad de proveer de incentivos al empresario e implican que el endeudamiento máximo está limitado. En Quadrini (2004) el riesgo moral se deriva de la existencia de un conflicto de intereses sobre cómo se asignan los recursos dentro de la empresa, con el inversor incapaz de observar de forma completa esta asignación. Para prevenir que el emprendedor implemente una asignación de recursos no-cooperativa, los pagos del empresario y las inversiones deben ser condicionales a la realización de los beneficios o flujos de caja. Sin embargo, conforme la empresa crece y la apuesta del empresario en la empresa aumenta[2], los problemas de riesgo moral se vuelven menos rigurosos y la inversión se vuelve dependiente sólo de la productividad futura de la empresa.

Para DeMarzo y Fishman (2003) la clave para inducir al agente a compartir los flujos de caja con los inversores es la amenaza de perder el control. Un contrato financiero especifica los pagos entre el agente y los inversores y especifica las circunstancias bajo las que el control del proyecto es transferido del agente a los inversores (mediante la liquidación de la empresa). En este artículo, la transferencia de control ocurre cuando no se puede pagar uno de los pagos de la deuda o la línea de crédito está en descubierto, con una probabilidad que depende del tamaño del déficit de caja. La deuda, el capital externo y posiblemente la línea de crédito proporcionan fondos para el inicio del proyecto. Durante la duración del proyecto, la línea de crédito proporciona la flexibilidad para cubrir las pérdidas operativas posibles. El agente tiene incentivos para pagar intereses y no consumir la línea de crédito porque en caso de no poder

[2] Este supuesto es en cierta manera contradictorio con las observaciones empíricas de Mikkelson et al. (1997) y La Porta et al. (1998). Estos artículos observaban que conforme la empresa crecía, el porcentaje de propiedad de la empresa en manos del empresario disminuía. Como ya hemos comentado antes, Himmelberg y Quadrini (2002) explican este efecto de la siguiente forma: la concentración de propiedad es un mecanismo de disminución del riesgo moral. Cuando la riqueza del empresario aumenta, ya no es necesario este incentivo.

hacer frente a los pagos de la deuda a largo plazo, tendría que rendir el proyecto a los inversores. El agente mantiene un porcentaje de capital y tiene discreción sobre el pago de dividendos. Este porcentaje de capital es suficientemente grande de forma que no desvía flujos de caja en exceso para su consumo propio, sino que los paga apropiadamente como dividendos. Su modelo establece que en presencia de problemas de incentivos asociados con flujos de caja observados de forma privada, se puede realizar un contrato financiero óptimo a largo plazo mediante productos financieros estándar. Realizan un modelo en tiempo discreto, mientras que DeMarzo y Sannikov (2006) realizan una extensión modelizándolo en tiempo continuo. De esta forma, pueden mostrar cómo el límite óptimo de crédito depende de la distribución de los flujos de caja del proyecto y de las consecuencias de la liquidación. Los flujos de caja acumulados generados por el proyecto siguen un movimiento browniano. Hay dos principales diferencias entre los contratos óptimos en tiempo discreto o continuo. En primer lugar, la terminación no es estocástica en tiempo continuo, sino que ocurre cuando la línea de crédito está en descubierto o hay una suspensión de pagos en la deuda a largo plazo. Esto hace que las características del contrato óptimo sean más claras. En segundo lugar, como el proyecto puede generar grandes pérdidas a corto plazo, los proyectos que son muy arriesgados no usarán deuda a largo plazo sino que requieren un depósito de dinero mantenido por el prestamista junto con la línea de crédito. Este depósito tiene dos utilidades: permite una mayor línea de crédito, que es valiosa dado que el proyecto es arriesgado; y proporciona una entrada de pagos de intereses al proyecto que pueden usarse para contrarrestar en cierta medida las pérdidas operativas. El modelo de DeMarzo y Sannikov (2006) por tanto proporciona una explicación de por qué las empresas podrían mantener depósitos sustanciales a tasas de interés bajas mientras que simultáneamente piden prestado a tasas de interés más altas. Concluyen que un modelo en tiempo continuo simplifica el análisis, al no tener que considerar problemas asociados con el uso de puntos diferentes dentro de cada período del tiempo. Proporciona una caracterización conveniente del contrato óptimo, que supone una ecuación diferencial ordinaria. De esta forma, se puede analizar cómo la estructura de capital óptima se ve determinada por las características específicas del proyecto. Además, descubren que en su escenario no hay problema de sustitución de activos. Es decir, un aumento en la varianza de los flujos de caja no beneficia a los accionistas porque hace el problema de incentivos del agente más difícil.

Hay varios análisis previos que examinan cómo pueden diseñarse los contratos financieros para inducir a los agentes a hacer suficientes pagos a sus acreedores en lugar de desviar los flujos de caja hacia sus propios bolsillos. Gromb (1999) considera una versión multi-periodo del modelo de Diamond (1984) en el que la amenaza a la que tiene que hacer frente el agente es que se le niegue la financiación futura. Diamond (1989,1991a,1991b) considera la relación entre la calidad no observable del proyecto del prestatario y la estructura de madurez y rango de la deuda. Gromb (1999) da una caracterización parcial del contrato óptimo, mostrando que puede ser óptimo dar al agente oportunidades en el sentido de ofrecerle varios pagos menores antes de que la financiación sea cortada del todo. Sin embargo, no investiga cómo hacer el diseño de las acciones y además supone que el flujo de caja de cada período tiene una distribución binária. De la misma forma, Green (1987) examina los contratos óptimos de endeudamiento en un modelo de horizonte infinito, donde en cada período el ingreso de cada agente no es observable y tiene también una distribución de dos estados. DeMarzo y Fishman (2003), en cambio, tienen un modelo multiperiodo en el que asumen que los flujos de caja son independientes en el tiempo pero sin hacer ningún tipo de supuesto sobre su distribución. Suponer que los flujos de caja son independientes simplifica el problema ya que permite suponer información simétrica de cara a las posibilidades de futuros pagos incluso si el agente se apropia de un flujo de caja (y por tanto da información errónea a los inversores sobre el flujo de caja actual). Una generalización importante sería permitir flujos de caja correlacionados. En DeMarzo y Fishman (2006) consideran un modelo dinámico en el que la escala del negocio se determina como parte del contrato óptimo y permiten problemas de agencia más generales. En concreto, las únicas condiciones que tiene que cumplir el problema de agencia es que en la versión estática del modelo los pagos al agente aumenten con el flujo de caja generado y con su utilidad de reserva. Este modelo genera implicaciones de cara a la relación entre las decisiones de inversión, los beneficios pasados, el nivel de endeudamiento y los pagos de dividendos, así como el tamaño de la empresa y la edad. Entre las implicaciones, se obtiene que controlando el nivel de beneficio de la inversión actual, el contrato óptimo supone más inversión actual si los beneficios anteriores son altos y por tanto, la inversión estará correlacionada de forma positiva en el tiempo. Además, la sensibilidad de la inversión actual a los flujos de caja es mayor para las empresas pequeñas. Igual que la amenaza de una transferencia de control, la promesa de financiar nuevas inversiones puede mejorar los incentivos del agente. En el contrato óptimo de DeMarzo y Fishman (2006) se promete una inversión adicional si los resultados del agente han sido buenos, y desinversión en el caso contrario. Además, DeMarzo y Fishman (2006) permiten costes de ajuste, el capital óptimo de la empresa, o el tamaño, en un período dado depende de su tamaño en el período previo. Esto, además de que su modelo de agencia es más general, les diferencia de Quadrini (2004), Clementi y Hopenhayn (2006) y Gertler (1992). En Quadrini (2004) no hay costes de ajuste y el capital no se deprecia. En Clementi y Hopenhayn (2006) y Gertler (1992) todo el capital se deprecia después de un período. Por tanto, en estos modelos la inversión sería un problema estático si no hubiera un problema de agencia; el crecimiento aparece porque el problema de agencia se va relajando con el tiempo.

En la mayoría de los modelos el contrato óptimo se lleva a cabo con deuda (Allen (1983), Hart (1995), Bulow y Rogoff (1989a), Atkeson (1991), Hart y Moore (1998) y Harris y Raviv (1995)). Fluck (1998) y Myers (2000), en cambio, implementan el contrato óptimo, cuando los flujos de caja son observables pero no pueden formar parte del contrato, mediante capital. Por contraste, DeMarzo y Fishman (2003) suponen que los flujos de caja sólo son observables por el agente y por tanto no se pueden tomar como dato en el contrato y el contrato óptimo se lleva a cabo por una combinación de deuda y capital propio.

En todos estos análisis el agente comparte los flujos de caja con el inversor porque hay una cierta amenaza. Estas amenazas pueden ser: la incautación de activos del negocio, negar financiación futura, interrumpir el comercio, etc. En los modelos de un sólo período, no dinámicos, no se puede utilizar como amenaza la liquidación, ya que el negocio termina al final del período. Por eso en estos modelos normalmente la amenaza proviene de una posibilidad de auditoría.

La investigación más reciente en este área analiza además cuándo se liquida la empresa según el valor de esta liquidación. Por ejemplo, el modelo de Clementi y Hopenhayn (2006) añade un valor de liquidación positivo y exógeno, y de esa forma deriva implicaciones para la supervivencia de la empresa.

Hemos visto que comprometiéndose a dejar de financiar una empresa si sus resultados son pobres los inversores pueden mitigar los problemas de incentivos de los directivos. Sin embargo, esto no deja de plantear un peligro para la supervivencia de la empresa. El artículo de Bolton y Scharfstein (1990) analiza cómo estas restricciones financieras, óptimas en un contexto de asimetría de información, animan a los rivales a asegurar que los resultados de una empresa sean malos; esto aumenta la posibilidad de que las restricciones financieras se vuelvan limitantes e induce la salida de la industria. Analizan el contrato financiero óptimo a la luz de esta amenaza depredadora. El contrato óptimo equilibra los beneficios de impedir la depredación relajando las restricciones financieras contra el coste de exacerbar los problemas de incentivos. Estos autores se basan en la literatura sobre cómo empresas con fondos de dinero altos echan a sus competidores con restricciones financieras fuera del negocio reduciendo los flujos de caja de sus rivales y se preguntan: ¿Por qué están estas empresas restringidas financieramente? E, incluso si las empresas tienen restricciones financieras, ¿por qué no levantan los acreedores estas restricciones bajo la amenaza de depredación? Realizan un modelo en el que las restricciones financieras emergen de forma endógena como una forma de mitigar los problemas de incentivos. El compromiso de terminar de financiar una empresa si su resultado es malo asegura que la empresa no desvía los recursos a sí misma a costa de los inversores. Esta amenaza de terminación, sin embargo, es costosa en un entorno competitivo[3]. Las empresas rivales tienen un incentivo para asegurarse de que los resultados de la empresa sean malos. Esto aumentará la probabilidad de que se corte la financiación e inducirá una salida prematura. Después analizan el contrato óptimo cuando las empresas y los inversores tienen en cuenta este coste. En general, la respuesta óptima a la depredación es disminuir la sensibilidad de la decisión de refinanciación a los resultados de la empresa. Hay dos formas de hacer esto. Una es aumentar la probabilidad de que la empresa sea refinanciada si tiene malos resultados; la otra es disminuir la probabilidad de que la empresa se mantenga en funcionamiento si lo hace bien. Las dos estrategias reducen el beneficio de la depredación, disminuyendo su efecto en la probabilidad de salida. Cada una de las estrategias será óptima bajo diferentes condiciones. Hay que tomar una decisión intermedia entre impedir la depredación y mitigar los problemas de incentivos; reduciendo la sensibilidad de la decisión de refinanciar se disuade de la depredación, pero empeora el problema de incentivos. Dependiendo de la relevancia del problema de incentivos en relación a la amenaza de

[3] Véase siguiente apartado sobre la renegociación de la deuda para evitar los costes de liquidación.

depredación, el contrato óptimo de equilibrio puede o no evitar la depredación. También su modelo sugiere que un determinante importante del éxito es el grado en que las empresas pueden financiar la inversión con fondos generados internamente. La financiación externa tiene costes y beneficios: por un lado, disciplina la dirección, pero por otro, hace a la empresa vulnerable.

2.2 Ejecución Limitada

Otra línea de investigación trata de realizar modelos teóricos de contratos incompletos cuando las restricciones de endeudamiento aparecen por culpa de una imposibilidad de obligar al cumplimiento de los pagos de la deuda, como en Albuquerque y Hopenhayn (2004). Estos autores caracterizan el contrato óptimo libre de suspensión de pagos (el que minimiza las restricciones de endeudamiento en todos los casos) y derivan implicaciones para el crecimiento de la empresa, supervivencia, endeudamiento y madurez de la deuda. La deuda se ve restringida por la responsabilidad limitada de la empresa y la opción del empresario de suspender pagos. Un contrato de deuda especifica un tamaño de préstamo inicial, financiación futura y un esquema de pagos. La elección de estas variables determina a su vez el crecimiento futuro, la capacidad futura de endeudamiento de la empresa y su capacidad y deseo de devolver el dinero. Por tanto, las restricciones de financiación y las dinámicas de la empresa se determinan conjuntamente. Su artículo es una extensión más general de otros artículos previos como Hart y Moore (1994), donde la amenaza de incumplimiento por parte del directivo establece un límite inferior al valor presente que puede obtener, lo que es equivalente a un límite superior en el valor de la deuda.

En esta línea de investigación las restricciones financieras aparecen porque el empresario ve necesario dar distintas garantías y cláusulas limitantes al acreedor, lo que provoca que haya más causas que puedan llevar a la liquidación de la empresa, y por otro lado, que la financiación externa sea más cara que la interna.

La sensibilidad del flujo de caja de la empresa a las decisiones de inversión y su conexión con restricciones financieras en un contexto de ejecución limitada ha sido estudiado por Fazzari et al. (1988), Hoshi et al. (1991), Himmelberg y Gilchrist (1995, 1998) y Gomes (2001). Estos modelos tratan este encarecimiento de la financiación externa con respecto a la interna en el nivel microeconómico como algo exógeno, lo que es bastante arbitrario. Una excepción, sin embargo, es el trabajo de Albuquerque y Hopenhayn (2004) que propone un modelo donde las restricciones financieras se derivan de forma endógena de problemas de ejecución limitada. Una teoría de las restricciones de endeudamiento endógenas debe abordar la siguiente consistencia dinámica: el capital restringe el acceso actual a recursos financieros, pero es a su vez determinado por el futuro acceso al crédito. De esta forma, las restricciones al endeudamiento y las dinámicas del tamaño de la empresa se determinan conjuntamente.

En el modelo de Albuquerque y Hopenhayn (2004), el crecimiento en el capital de la empresa depende del estado de la naturaleza, ya que el contrato óptimo debe seleccionar las restricciones de endeudamiento entre los diferentes estados. De hecho, incluso cuando los shocks están distribuidos de forma independiente e idéntica, las empresas con mejores historias de shocks tendrán mayor valor de capital y total. Los proyectos con menores costes hundidos, mejores perspectivas u oportunidades de crecimiento pueden mantener mayores niveles iniciales de deuda y tamaño, disfrutar de probabilidades más altas de supervivencia, devolver de forma más rápida la deuda a largo plazo y eliminar más pronto las restricciones financieras. Una probabilidad menor de liquidación (por ejemplo, por una mejor capacidad de obligar al cumplimiento del contrato desde fuera, o una mejor clasificación crediticia) implica un mayor tamaño de la empresa, endeudamiento, y, de forma consistente con Barclay y Smith (1995), más deuda a largo plazo. También se predice que las empresas con mayores beneficios tendrán más endeudamiento y deuda a largo plazo.

En el escenario de Albuquerque y Hopenhayn (2004), las restricciones financieras provocan tres tipos de ineficiencias:

1. los proyectos pueden no ser factibles inicialmente en términos de financiación, como en Hart y Moore (1994) y Fernández y Rosenthal (1990);

2. las empresas pueden tener que producir por debajo de su nivel óptimo debido a la existencia de restricciones en el crédito que pueden obtener, como en Thomas y Worral (1994);

3. se terminan los proyectos demasiado pronto.

Fernández y Rosenthal (1990) y Albuquerque y Hopenhayn (2004) concluyen que hay un máximo de deuda a largo plazo sostenible. En el artículo de Fernández y Rosenthal (1990) las restricciones de liquidación ponen un límite en los esquemas de devolución del dinero y en algunos casos hacen imposible que el prestatario se comprometa de forma creíble a devolver los préstamos recibidos. En tales casos, el acreedor debe perdonar una cierta fracción de la deuda inicial. Si la inversión inicial excede este límite de préstamo, el proyecto no se llevará a cabo a menos que el empresario contribuya con sus propios fondos. La factibilidad de un proyecto depende de la naturaleza de las restricciones de liquidación.

La ejecución limitada es una fuente de contratos incompletos que crea un problema de retraso (*hold-up*). Una forma obvia de tratar este problema es a través de bonos. En el modelo de Albuquerque y Hopenhayn (2004), el problema de *hold-up* se resuelve gradualmente en el tiempo conforme el deudor fortalece este bono aumentando sus derechos sobre los beneficios futuros. Las restricciones de endeudamiento aparecen como parte del contrato de deuda óptimo. El modelo tiene implicaciones sobre el crecimiento y supervivencia de la empresa, en concreto que las empresas más jóvenes tienden a crecer más rápido y tienen menores tasas de supervivencia. Las dos propiedades son consistentes con las regularidades empíricas. El modelo también sugiere que la estructura de capital es un determinante importante de la inversión de la empresa y decisiones de salida. Las empresas con más deuda a largo plazo (con respecto a la deuda a corto plazo) tienen mayores ratios de mercado frente a valores contables, mayores beneficios, mejor valoración crediticia y garantías.

Algunos modelos de restricciones de endeudamiento exógenas asumen que el endeudamiento al que se puede acceder está limitado por los activos de la empresa. El modelo de Albuquerque y Hopenhayn (2004) sugiere que la variable relevante no son los activos sino el capital propio.

Kiyotaki y Moore (1997) estudian las implicaciones macroeconómicas del endeudamiento limitado cuando la garantía de las empresas está sujeta a fluctuaciones endógenas. Bajo la presencia de costes hundidos de inversión o cuando algunos activos – como el capital humano, activos de alta tecnología – no son completamente apropiables, los préstamos no pueden ser completamente garantizados con activos. En estos casos, se puede sostener un endeudamiento mayor si se amenaza con privar al deudor de sus acciones. El artículo de Quadrini (2004) considera un modelo de información asimétrica, pero se puede considerar parte de la literatura sobre ejecución limitada porque discute el problema de renegociación del contrato óptimo. En un modelo similar a Clementi y Hopenhayn (2006), en el cual existe un valor exógeno de liquidación de la empresa, Quadrini observa que el contrato dinámico óptimo ex-ante a veces no es a pueba de renegociación, es decir en algunas ocasiones es posible aumentar mediante renegociación tanto el valor para el prestamista como para el prestatario. Sin embargo, la posibilidad de renegociación impide la implementación del contrato óptimo ex-ante. Esta imposibilidad de ejecutar el contrato ex-ante óptimo hace que los únicos contratos que se pueden implementar efectivamente son los a prueba de renegiciación. El resultado de Quadrini es que existen contratos óptimos a prueba de renegociación que inducen liquidación de la empresa con probabilidad positiva.

Sigouin (2003) estudia el papel del reparto de riesgo en las relaciones dinámicas de crédito aseguradas por una garantía física. Demuestra que cuando los prestamistas y los prestatarios no pueden comprometerse a no terminar las relaciones (a través de liquidación en el primer caso, o suspensión de pagos en el segundo), la sobreinversión es óptima, ya que facilita el reparto de riesgos en este contexto: ocurre cuando se esperan períodos en los que los prestamistas no están muy dispuestos a suministrar todos los fondos necesarios para conseguir el reparto de riesgo completo. La sobreinversión se produce normalmente cuando la inversión disminuye, ya que modera la tasa a la que se reduce el capital y por tanto consigue un alisado de la producción. En su artículo no hay asimetría de información entre acreedores y deudores; en cierta manera, todos los problemas de información se resuelven una vez que la relación se pone en marcha. Por tanto, en lugar de poner atención en por qué las relaciones existen (se supone que es por el reparto de riesgos y la necesidad de financiar una inversión de forma continua) y qué forma toman, este artículo se concentra en cómo las decisiones de inversión se ven afectadas por la relación de préstamo.

Como Sigouin (2003) recalca, los contratos financieros muchas veces van acompañados de cláusulas. Cuando estas cláusulas no se cumplen, aunque los acreedores tienen derecho a liquidar la empresa o ejecutar sus garantías, normalmente lo que se hace es una renegociación del contrato (lo que se verá más detalladamente en el siguiente apartado). Como no se puede obligar a ninguna de las partes a realizar esa negociación y el resultado, por tanto, no es vinculante, se suele decir en la literatura moderna sobre intermediación financiera que estos contratos son implícitamente no ejecutables (Sharpe, 1990; Berlin, 1996; Boot, 2000). En principio, estas relaciones financieras deberían mantenerse sólo mientras su continuación esté en el interés de las partes implicadas. Es decir, las relaciones viables deben ser auto-vinculantes. El artículo de Sigouin (2003) usa esta teoría de contratos dinámicos autovinculantes para estudiar el papel jugado por los requerimientos de garantías en las relaciones financieras y examinar su impacto en las decisiones de inversión. Desarrolla un modelo en el que un empresario averso al riesgo, con acceso limitado a los mercados de capitales puede elegir operar una tecnología de producción intensiva en capital o en trabajo. La tecnología intensiva en capital es más productiva pero requiere una cantidad mínima de capital para operar, que el emprendedor no tiene. Puede obtener sin embargo los fondos necesarios para crear la empresa entrando en una relación financiera con un acreedor neutro al riesgo. Todos los activos de la empresa serán empeñados como garantía. Además de financiar la inversión, las preferencias de los agentes implican que esta relación puede también servir al emprendedor para asegurarse contra las fluctuaciones aleatorias en productividad y en el precio del capital. Por tanto, una vez que una relación está en marcha, el papel del empresario se vuelve parecido al de un directivo con un paquete de compensación ligado al resultado de la empresa. Esta relación financiera es frágil en el sentido de que los dos agentes tienen la capacidad de terminarla en cualquier momento. Cuando esto ocurre, el acreedor se apropia de todos los activos de la empresa y el emprendedor opera únicamente la tecnología intensiva en trabajo. Sigouin (2003) se concentra en el conjunto de relaciones eficientes cuyos términos son tales que, en equilibrio, los agentes nunca eligen terminar la relación. La incapacidad de los agentes para comprometerse limita la extensión del reparto de riesgo alcanzable dentro de las relaciones financieras. La sobreinversión facilita en este contexto el reparto de riesgo, permitiendo al empresario suavizar futuras reducciones en su consumo, ya que se usa para generar fondos adicionales en anticipación de períodos en los que la financiación externa no será suficiente para alcanzar el reparto de riesgo completo. Como ya hemos comentado, suele ocurrir cuando se esperan reducciones en el stock de capital; disminuye el ritmo al que el stock de capital declina. El reparto de riesgo en las relaciones financieras aparece como un determinante importante de las decisiones de inversión y su evolución en un entorno con compromiso limitado. También Appelbaum y Harris (1978) encontraron que la sobreinversión puede ocurrir si una empresa anticipa períodos de escasez financiera. Aumentando el capital antes de una probable escasez de fondos, disminuye la restricción financiera de la empresa en los siguientes períodos ya que el stock de capital sirve como garantía.

Marcet y Marimon (1992), Thomas y Worrall (1994), Albuquerque y Hopenhayn (2004) y Kiyotaki y Moore (1997) estudian el impacto del compromiso limitado cuando los contratos financieros se usan para financiar acumulación de capital. Excepto en Thomas y Worral (1994) estos artículos se concentran en la incapacidad de comprometerse los deudores a no realizar suspensión de pagos; los acreedores pueden comprometerse a no ejercitar su derecho a la liquidación. Thomas y Worral (1994) muestran que si los dos agentes pueden renegar del contrato, no habrá ningún negocio entre ellos en los problemas de período finito pero sí lo habrá en los problemas de período infinito cuando la tasa de descuento sea suficientemente baja. Aunque en la práctica los acreedores piden la liquidación de la empresa muy raramente, el artículo de Sigouin (2003) sugiere que el hecho de que exista la posibilidad tiene efectos importantes en la inversión.

Marcet y Marimon (1992), Thomas y Worrall (1994) y Albuquerque y Hopenhayn (2004) examinan contratos financieros en los que el capital es no enajenable; los prestatarios mantienen la totalidad del capital después de la terminación de la relación. Este supuesto es realista en el caso de acuerdos internacionales o cuando el capital considerado es el humano (como en Hart y Moore, 1994, donde el deudor es el único que puede dirigir la empresa), pero no tanto en el caso de una empresa pequeña que busca cómo financiar sus inversiones. Sigouin (2003) considera lo contrario, al introducir todos los activos de la empresa como una garantía del préstamo. Kiyotaki y Moore (1997) sí que tienen requerimientos de garantía en los contratos financieros, pero son anónimos. Por tanto, su análisis excluye la posibilidad de que los agentes establezcan relaciones a largo plazo y por tanto deja fuera de análisis cualquier forma de revisión ex-post de los contratos financieros.

Thomas y Worral (1990), Phelan (1995) y Wang (2000) consideran asuntos relativos al compromiso cuando hay información asimétrica, uniendo los dos tipos de investigación. Phelan (1995) destaca la importancia de añadir posibilidades de compromiso limitadas a los modelos de relaciones de agencia ya que, aunque son exitosos en muchos aspectos, tienen problemas para explicar otras características importantes del mundo real (por ejemplo, la distribución del consumo). Sigouin (2003) se distingue de estos artículos, aparte de en la ausencia de problemas de información, en la presencia del capital como un instrumento para aligerar los problemas de compromiso y facilitar el reparto del riesgo. De hecho, subraya el doble papel jugado por el capital en las relaciones financieras.

El capital no sólo se acumula para producir *output*, sino que también es un medio para alterar los términos de las relaciones financieras.

Medina (2004) también analiza la dinámica de las empresas cuando los empresarios tienen una capacidad limitada de cumplir los contratos financieros, siguiendo el trabajo de Albuquerque y Hopenhayn (2004). Caracteriza el contrato restringido óptimo bajo esta imperfección en la presencia de fluctuaciones de productividad y de tasa de interés. Los flujos de caja de cada período dependen del capital avanzado al empresario. Se muestra que el contrato óptimo implica que las fluctuaciones de productividad y tasa de interés provocan efectos amplificados sobre las dinámicas de las firmas, por encima de lo que se esperaría en el caso de cumplimiento perfecto del contrato. Más aun, un resultado interesante es que la persistencia de estas fluctuaciones es mayor en las economías con problemas de cumplimiento de contratos más severos. Estos resultados pueden estar relacionados con el hecho de que los países con un mayor grado de cumplimiento de contratos poseen un desarrollo financiero más profundo y un mejor desempeño económico. En el nivel microeconómico, las implicaciones de las restricciones financieras sobre la inversión han sido muy analizadas empíricamente y, como hemos comentado antes, éstas se manifiestan como una prima externa sobre la financiación interna. Esta prima restringe las decisiones de inversión y puede implicar una mayor sensibilidad de la inversión a los flujos de caja en el nivel de la empresa. También Quintin (2003) desarrolla un modelo dinámico de equilibrio general para valorar si las imperfecciones contractuales de ejecución limitada puede explicar las diferencias internacionales en la organización de la producción. Al igual que los otros modelos que hemos comentado, su modelo demuestra que la ejecución limitada restringe a los agentes a inversión de tamaño menor a su escala óptima. Como resultado, los contratos que pueden ser ejecutados más eficientemente tienden a ser más ricos y realizan una producción a mayor escala.

Nos hemos limitado a los artículos que estudian qué ocurre a 'nivel micro', es decir, las dinámicas de la empresa. Otra línea de investigación muy amplia trata de estudiar la relación entre las restricciones financieras y la protección del inversor dentro de los países y el crecimiento económico. Por ejemplo, Castro, Clementi y MacDonald (2003) modelizan el efecto positivo de crecimiento derivado de la protección del inversor[4] y obtienen que este efecto es mayor

[4] Ya hemos comentado previamente que Himmelberg y Quadrini (2002), en un contexto de

cuando los países tienen menores restricciones. Sus resultados concuerdan con los resultados empíricos obtenidos previamente (por ejemplo, en La Porta et al.,1998). Los acuerdos financieros que se consideran en la mayoría de mecanismos de propagación con restricciones de préstamo nunca son óptimos intertemporalmente, significando que las provisiones de contratos no son contingentes en toda la información pública. Una excepción es el trabajo de Cooley et al. (2004) que incluye el modelo de Albuquerque y Hopenhayn (2004) en un escenario de equilibrio general. Su interés radica en que aunque las restricciones financieras se han mostrado como importantes para explicar características de crecimiento de las empresas, no es tan obvio si tienen importantes consecuencias en un nivel agregado. En su artículo demuestran que sí: la ejecución limitada amplifica el impacto de las innovaciones tecnológicas en el output agregado. Esto implica que las economías con peor refuerzo de los contratos estarán caracterizadas por mayor volatilidad macroeconómica.

2.3 Comparación y Conclusiones

Hemos visto cómo los problemas de asimetría de información y ejecución limitada provocan que haya restricciones financieras, provocadas por el contrato óptimo que se puede realizar en estos contextos. En el caso de asimetría de información, las restricciones financieras provienen de la necesidad de otorgar incentivos al deudor, haciendo que la financiación dependa de la historia previa (en lugar del valor esperado de los resultados futuros) y amenazando con una probabilidad de liquidación según los resultados obtenidos. En el caso de ejecución limitada, las restricciones financieras provienen de las cláusulas que se añaden a los contratos para que el acreedor sienta más seguridad, de las garantías necesarias para obtener dinero, y de un encarecimiento del coste de financiación externa (los acreedores piden una prima al ver que el contrato es arriesgado).

Muchos de los modelos que analizan el contrato ex -ante asumen que la variable de estado puede tomar sólo dos niveles (bueno y malo) y que su distribución es idéntica e independientemente distribuida a lo largo del tiempo.

Como ejemplo de cómo se trata un caso u otro, compararemos los modelos de Albuquerque y Hopenhayn (2004) y Clementi y Hopenhayn (2006). Los

asimetría de información, encontraban que las restricciones financieras eran menores cuanto mayor era la protección del inversor.

denotaremos como A-H y C-H, para simplificar la notación.

En ambos modelos el tiempo es discreto y el horizonte temporal es infinito. En el momento cero un empresario tiene un proyecto en el que invertir. Este proyecto requiere una inversión inicial fija $I_0 \geq 0$ y un capital de trabajo por período (k_t). El empresario requiere que un acreedor financie parte (o todo, en A-H) del coste inicial de establecimiento y las inversiones del capital de trabajo. En los dos artículos el contrato financiero se realiza en forma de deuda, y la riqueza del empresario se asimila al capital de la empresa. El empresario tiene responsabilidad limitada, por lo que sólo se le puede pedir como pago en cada período, el resultado obtenido en él. Suponen que todos los agentes son neutros al riesgo y que descuentan los flujos de caja a la misma tasa de interés, r en A-H, $.\delta$ en C-H. El acreedor puede comprometerse a un contrato a largo plazo en los dos artículos, mientras que el deudor sólo puede hacerlo en C-H. Comprometerse significa que, una vez aceptados los términos de un contrato, el agente se atendrá a sus términos en cada contingencia futura posible, sin importar cuál sea el flujo de caja que les garantiza.

En ambos modelos se utiliza como variable de estado el valor de las acciones del empresario, como propusieron Spear y Srivastava (1987).

ARTÍCULO	**ALBUQUERQUE Y HOPENHAYN (2004)**	**CLEMENTI Y HOPENHAYN (2006)**
Las restricciones financieras aparecen por:	Ejecución limitada	Asimetría de información
Resultado del proyecto:	R(k,s). k es el input de capital de trabajo s es un shock que sigue un proceso de Markov	Dos estados: H (prob.=p):se obtiene R(k) L (prob.=1-p): se obtiene 0 k es el input de capital de trabajo
Valor de liquidación:	L(s)	S = 0
Problema:	El empresario puede declararse en suspensión de pagos y apropiarse de parte de k.	El resultado de cada período es información privada del empresario
Términos del contrato:	-Política de liquidación (e_t=1 si se recomienda la salida, e_t=0 en otro caso) - El capital aportado en cada período k_t por el acreedor al principio de cada período - El reparto de los flujos de caja: dividendos (d_t) y pagos al acreedor (R(k_t,s_t)-d_t), al final de cada período Todas estas variables dependen de la historia de transferencias previas y shocks, incluyendo el de este período	-Probabilidad de liquidación (0=α_t=1) -Transferencia al empresario en caso de liquidación (Q_t) - El capital aportado en cada período k_t por el acreedor al principio de cada período - Pagos al acreedor (t_t) en caso de no liquidación Todas estas variables dependen de la historia de informaciones aportadas por el empresario sobre el estado (H,L).
Estructura temporal en cada período:	-Se observa el shock s -El acreedor siguiendo el contrato elige si liquidar la empresa (se obtiene L(s) o continuar. -Si se continúa, el acreedor proporciona k. -Se realiza el beneficio R(k,s) -Se reparte el beneficio	-El acreedor aplica la probabilidad de liquidación y se elige si liquidar o no la empresa. -Si se liquida se compensa al empresario con el valor Q_t, obteniendo el acreedor el resto hasta S. - Si se continúa, el acreedor proporciona k. -El empresario observa el resultado y da la información al acreedor. -El empresario paga al acreedor t_t, cantidad que depende de su informe.

Los resultados son muy parecidos en los dos artículos. En A-H lo que ocurre es que cuando k es mayor, crecen los incentivos del empresario a suspender pagos. Por ello, hasta que las acciones del empresario no valgan más que la cantidad que podría obtener suspendiendo pagos, el acreedor no le dará el capital óptimo de trabajo, sino una cantidad inferior. Además, hay que darle al empresario una cantidad mínima de k (o más bien prometérsela en el futuro) de forma que el valor de sus acciones sea al menos igual a lo que podría obtener de suspender pagos. Conforme la empresa crece y con ella el valor de las acciones, estas restricciones financieras van disminuyendo hasta llegar a un punto en el que se da la cantidad óptima de capital de trabajo (k^*) y ya no hay restricción. La tasa a la que aumenta esta cantidad k es la máxima posible y coincide con la tasa de interés. El contrato de deuda óptimo especifica una política de crecimiento para la empresa y una secuencia de flujos de caja que depende de la historia de los shocks. El tamaño de la empresa, los beneficios y la probabilidad de supervivencia aumentan con la edad. Conforme el capital crece, también lo hacen el tamaño de la empresa y su probabilidad de supervivencia. Además, implica que la estructura de capital es un determinante importante del crecimiento de la empresa y las decisiones de salida, de acuerdo con la evidencia presentada en Zingales (1998). También Thomas y Worral (1994) mostraron que el tamaño crece monótonamente en el tiempo.

En C-H lo que ocurre es que cuando k es mayor, crecen los incentivos del empresario a informar de que el estado es L (cuando es realmente H). De esa forma, consigue apropiarse de $R(k)$ en su totalidad. Lo que se hace para incentivarle es prometerle un valor de las acciones diferente si el estado es L que si es H (siendo mayor en este último caso). Este gap es costoso porque la función de valor de la empresa es cóncava. Esto implica que si el shock es bueno, el valor de las acciones crece, mientras que si es malo, decrece. Además, el acreedor otorga un valor menor al k^* que sería óptimo en un contexto de simetría de información. Conforme el valor de las acciones va aumentando llega un momento en el que la restricción de incentivos ya no es limitante, y a partir de ese momento el acreedor aportará siempre la cantidad óptima k^*. En el artículo de C-H también se hace hincapié en que si hay una historia de malos resultados, la empresa podría llegar a un valor de las acciones, V_r, en el que lo mejor es liquidar con una probabilidad positiva. De esa forma el valor esperado es una función lineal del valor de liquidación S y V_r. El valor de k no es necesariamente creciente en V (el valor del capital). De hecho hay dos intervalos, uno primero en el que es no-creciente y otro en el que es no-decreciente. La probabilidad de liquidación aumenta inicialmente, para valores pequeños de V, pero después esta tasa disminuye hasta hacerse cero en la región sin restricciones de financiación.

La principal diferencia entre los dos modelos, como argumentan C-H, es que el valor de las acciones aumenta en los dos casos cuando hay un shock bueno, pero en el caso de ejecución limitada nunca disminuye (mientras que en el caso de asimetría de información, V disminuye cuando el shock es malo). Como consecuencia de esto, en el caso de ejecución limitada la empresa nunca se reduce o sale del mercado.

En ambos artículos se llega al resultado de que no se reparten dividendos hasta llegar al valor de k^* óptimo, para que el valor de las acciones aumente más rápidamente y librarse antes de las restricciones. También la estructura de capital, el mix entre deuda y acciones, resulta ser importante para determinar la capacidad de endeudamiento de la empresa.

3 Renegociación de Contratos Financieros Ex-post

Como ya hemos comentado antes, en un contrato a largo plazo con riesgo moral, la liquidación de la empresa puede llegar como resultado del contrato óptimo ex-ante. Sin embargo, si la capacidad de producción futura o las oportunidades de mercado se mantienen sin cambiar, la liquidación puede no estar libre de renegociación. Este tipo de investigación deja un poco sin validez los estudios anteriores, en el sentido de que el contrato que se firme ex -ante es poco creíble y la empresa puede firmarlo aún a sabiendas de que no va a poder cumplirlo. Parte de la literatura se centra en investigar qué contratos financieros ex-ante estarán libres de renegociación en un futuro.

De acuerdo a Gilson et al. (1990) casi la mitad de las compañías con problemas financieros evitan la liquidación a través de una reestructuración. Esta renegociación suele implicar una reducción del deuda de la empresa (Gilson et al. (1990), Alderson y Betker (1995)) y suele ocurrir de forma repetida (Gilson, 1995).

Se han dado muchas explicaciones a esta concesión de derechos por parte de los acreedores, aunque se pueden resumir en dos principales: asimetría de información y capacidades únicas de los directivos para dar valor a la empresa. Por un lado, la asimetría de información permite a los directivos amenazar a los acreedores con tomar decisiones de inversión sub-óptimas si no realizan concesiones (Bergman y Callen, 1991), o dar una información errónea sobre la verdadera situación de la empresa (Giammarino, 1989). Por otro lado, las habilidades de los directivos hacen que tengan un mayor poder de negociación con los acreedores, ya que los activos en otras manos perderían mucho valor (Baird y Jackson, 1988). Ambas razones implican una mejor posición a la hora de renegociar la deuda por parte de los deudores.

Mella-Barral (1999) trata de analizar el siguiente problema de riesgo moral: Los contratos de préstamo inducen a los deudores a un momento de liquidación ex-post diferente al que era óptimo ex-ante, teniendo en cuenta que el problema puede aparecer en los dos sentidos: que los deudores no quieran liquidar cuando lo óptimo sería hacerlo y que los deudores quieran liquidar cuando todavía no es óptimo. En su artículo llega a la conclusión de que puede ser óptimo renegociar la deuda incluso cuando los directivos no tienen poder de negociación. Si hay un momento en el tiempo en que la liquidación es óptima para los directivos, renegociar puede evitar una liquidación demasiado temprana e ineficiente, y así aumentar el valor de la deuda para los acreedores. Por otro lado, la posibilidad de una quiebra ineficientemente tardía induce a los acreedores a proponer una concesión de sus reclamaciones de garantía en caso de liquidación, condicionada a que los deudores acepten declarar inmediatamente la liquidación. Hay evidencia empírica de que en tres de cada cuatro liquidaciones corporativas, los deudores (o accionistas) consiguen una parte de los resultados de la liquidación en el mercado, incluso aunque los acreedores no hayan sido pagados del todo (Franks y Torous (1989,1994) y Eberhart, Moore y Roenfeldt (1990)).

Sin embargo, a pesar de que la mayoría de la investigación previa prácticamente asegura que siempre se elegirá la renegociación no costosa frente a la liquidación costosa, en la actualidad hay una línea de investigación que trata precisamente de demostrar por qué a pesar de que siempre es posible una renegociación, se elige liquidar.

Según Giammarino (1989), la mayoría de los modelos de estructura financiera incluyen un supuesto sobre la probabilidad de bancarrota que hace que la deuda sea costosa. En unos casos, porque es costoso tener una empresa legalmente declarada en bancarrota, en otros porque los problemas de agencia asociados con la probabilidad de liquidación pueden inducir malas decisiones operativas e inversión subóptima. Estos costes se pueden evitar en la práctica relativamente sin coste mediante una reorganización financiera. Giammarino (1989) muestra que a pesar de la posibilidad de una reorganización sin coste, puede ser racional para las empresas incurrir en los costes de la bancarrota. Lo hace mediante un juego no cooperativo de información incompleta entre la empresa y su acreedor. Obtiene que la información privada interfiere en la eficiencia de la renegociación ex-post, haciéndola costosa.

Los modelos principales parten de una variable de estado, que refleja los fundamentales de la economía. La mayoría de los modelos de valoración de la deuda toman como variable de estado el valor total de los activos de la empresa (Merton, 1974; Black y Cox, 1976; Brennan y Schwartz, 1984; Fischer et al., 1989; Kim et al., 1993; Leland, 1994; Longstaff y Schwartz, 1995; Leland y Toft,1996). Los modelos de flujos de caja toman como proceso conductor el precio del producto obtenido en la empresa (Mello y Parsons (1992), Fries, Miller y Perraudin (1997) y Mella-Barral y Perraudin (1997). También podría ser algún fundamental específico de la industria, como por ejemplo el precio del petróleo. O cualquier combinación de ellos. Muchos asumen que la variable de estado sigue un movimiento Browniano geométrico

$$dx_t = \mu(x_t)dt + \sigma(x_t)dB_t$$

donde B es un movimiento Browniano estándar. Se supone que los activos físicos en combinación con el capital humano producen unos ingresos periódicos que sólo dependen del nivel de la variable de estado x.

Una vez que la empresa está creada, consiste en un conjunto de activos físicos con los que se opera en la actualidad pero que podrían ser liquidados alternativamente de forma irreversible (Mella-Barral, 1999). La liquidación es costosa, ya que generalmente los activos valen menos fuera de la empresa que dentro de ella: hay muchas razones para eso, por un lado una venta suele suponer un desmantelamiento parcial de la tecnología, por otro interrumpir una línea de producción disminuye el acceso futuro a las operaciones actuales, posiblemente porque se pierde capital humano, saber-hacer y posición competitiva. Este coste es más acusado cuando las inversiones son específicas. Williamson (1988) subrayó la conexión entre la capacidad de endeudamiento y el valor de liquidación de los activos. Argumentó que los activos que tienen usos alternativos tienen también mayores valores de liquidación. Shleifer y Vishny (1992) estudian los factores que determinan el valor de liquidación de los activos, en particular concentrándose en los compradores potenciales de los activos. Cuando una empresa está experimentando problemas financieros y necesita vender activos o liquidar, los compradores potenciales con mayor valoración de estos activos son probablemente otras empresas en la industria. Pero estas empresas probablemente estén también en situación precaria ya que el shock que causa la quiebra del vendedor ocurre en toda la industria. Por tanto, estos compradores no son capaces de conseguir los fondos para adquirir los activos de la empresa liquidada. Incluso si los compradores de la industria pueden conseguir fondos, muchas veces las regulaciones del gobierno tratando de evitar monopolios pueden impedir que compren los activos liquidados por los competidores. Debido a las restricciones de endeudamiento y regulación del gobierno de los compradores de la industria, los activos tendrían que ser vendidos a externos a la empresa que no saben cómo utilizarlos bien, encaran costes de agencia de contratar especialistas que utilicen estos activos y, además, tienen miedo a pagar demasiado porque no pueden valorar bien los activos. Eso hace que los activos sean más baratos en los momentos de crisis y produce ex-ante un coste de endeudamiento significativo. Tratan así de explorar la capacidad de endeudamiento de las empresas basándose en el coste de venta de activos[5].

Mella-Barral (1999) además hace hincapié en su modelo en que la decisión de liquidación llegará cuando los fundamentales de la economía se deterioren. Comenta que podría ser deseable vender los activos de la empresa a los competidores si los fundamentales de la economía mejoran (el precio de venta será mayor, como aseguran Shleifer y Vishny (1992)), pero en lugar de ser una liquidación lo considera una adquisición de la empresa, por lo que no lo estudia en su artículo. Trata de hallar de forma endógena cuál sería el valor de la variable de estado x tal que una vez que hemos llegado a él sea óptimo liquidar.

Quadrini (2004) se pregunta si la empresa se liquidará en algún momento si se permite la renegociación. La liquidación implica una interrupción del contrato, que no es causado por o ligado a la caída de la productividad futura o de las oportunidades de la empresa. Sin embargo, aunque la liquidación puede ser óptima ex-ante en el sentido de mejorar el resultado esperado del contrato[6], puede ser ineficiente ex-post tanto para el inversor como para el empresario. Este es un problema de consistencia en el tiempo: en el suceso en que la ejecución del contrato implica liquidación, las partes pueden encontrar mutuamente ventajoso renegociar ex-post. Esta conclusión podría llevar a la

[5] Shleifer y Vishny (1992) aportan, por tanto, otra razón de restricciones financieras: el valor esperado de la liquidación es variable.

[6] Cuando hay asimetría de información, para incentivar la acción deseada en el empresario, es óptimo hacer que exista una posibilidad de liquidación de la empresa, condicional a sus resultados.

conjetura de que la liquidación no se observaría nunca, a menos que hubiera un deterioro de la tecnología de la empresa o de las oportunidades de mercado. Uno de los resultados del artículo de Quadrini (2004) es invalidar esta conjetura. En su artículo demuestra que una empresa con buena tecnología y oportunidades de mercado sí que puede ser liquidada incluso aunque se pueda renegociar en el contrato a largo plazo. Esto ocurrirá cuando haya problemas de agencia inducidos por información asimétrica y si las partes contractuales son capaces de comprometerse a los términos iniciales del contrato (a largo plazo). Para incentivar la acción deseada del empresario, es óptimo hacer que la liquidación de la empresa sea condicional a sus resultados.

Los contratos financieros, tales como líneas de crédito, préstamos bancarios y deuda privada normalmente se acompañan de la provisión de garantías y de cláusulas restrictivas. Estas cláusulas a menudo limitan la capacidad del prestatario para tomar proyectos de inversión nuevos, obtener fondos de otras fuentes o disponer de los activos. Técnicamente, si sólo una cláusula es violada, los prestamistas tienen el derecho (pero no la obligación) de pedir la devolución inmediata de todas las deudas pendientes o ejercitar las garantías. Sin embargo, en la práctica el acreedor raramente ejecuta su derecho y las violaciones de cláusulas simplemente llevan a la renegociación del contrato. Datta y Iskandar-Datta (1995) observan que de una muestra de empresas que intentaron la reorganización de bancarrota, sólo el 31% de las bancarrotas iniciales eran involuntarias. De hecho, a veces se imponen cláusulas muy rígidas sólo para desencadenar renegociaciones si la situación del prestamista cambia para peor. Las garantías físicas juegan un papel importante en este contexto ya que los acreedores pueden siempre parar las negociaciones y apoderarse de esos activos. Esto hace que se fortalezca la posición del acreedor en las renegociaciones. La posibilidad de renegociación da un cierto grado de flexibilidad a estos tipos de contratos financieros. Permite resultados que varían, ex-post, dependiendo de las distintas contingencias que se presenten de una forma que sería difícil especificar explícitamente ex-ante (Sigouin, 2003). Sin embargo, el éxito de estas negociaciones presupone la existencia de relaciones duraderas entre los acreedores y los deudores. El resultado obtenido descansa en la confianza y respeto mutuos ya que los acreedores y deudores no pueden ser forzados a negociar y el resultado de las negociaciones es por sí mismo no-vinculante. Por tanto, las relaciones financieras deberían continuar sólo mientras esta sea la opción más interesante para las dos partes. Según Sigouin (2003) las relaciones financieras son frágiles porque los dos agentes implicados pueden terminarlas en cualquier momento. Su artículo se concentra en el conjunto de relaciones eficientes cuyos términos son tales que los agentes nunca eligen la terminación en equilibrio. Las relaciones no se terminan porque, implícitamente, ocurren renegociaciones exitosas. Los requerimientos de garantías interactúan con consideraciones de reparto de riesgo en este contexto para afectar a las decisiones de inversión. Por ejemplo, considerad una relación tal que sus términos actuales implican una probabilidad positiva de que el valor de la empresa pueda caer por debajo de su valor de liquidación en el siguiente período. En este caso, el empresario se ve enfrentado con la perspectiva de tener que hacer concesiones en el futuro -en forma de una reducción de su consumo- para evitar la liquidación. Como es averso al riesgo, no le gusta esta situación. Sin embargo, el empresario puede realizar un aumento en inversión -por encima del nivel óptimo- a través de una reducción de su consumo actual, de forma que los beneficios del próximo período aumenten. La sobreinversión, en este caso, genera fondos adicionales en el futuro y por tanto ayuda a alcanzar un alisado mejor del consumo del empresario. El empresario está mejor porque su perfil de consumo se convierte en menos volátil. El acreedor también gana por ese aumento en la inversión. Como el capital sirve como garantía, aumentar la inversión aumenta el valor de liquidación de la empresa, y por tanto mejora la posición del acreedor en posibles renegociaciones. Además, el acreedor puede también ser capaz de asegurar parte de los beneficios futuros generados a partir de esa inversión. Por tanto, los dos agentes se benefician de la sobreinversión en este contexto, esencialmente porque facilita el reparto de riesgos.

Kahl (2002) comenta que el riesgo de bancarrota financiera es a menudo un proceso de largo plazo que tiene un impacto en la estructura de capital, políticas de inversión y resultados de muchas empresas incluso después de que emergen de las reestructuraciones de deuda. James (1995) descubre que muchas empresas sólo aumentan sus gastos de inversión por muy poco en los primeros dos años después de una reestructuración de deuda. Hotchkiss (1995) muestra que durante los primeros cinco años después de emerger de una bancarrota, entre el 35 y el 41% de las empresas tienen resultados operativos negativos. De acuerdo con Gilson (1997), más del 75% de las empresas que completan reestructuraciones de deuda emergen con un ratio de deuda que es mayor que la mediana de la industria y la mayoría exhiben un ratio de endeudamiento mayor que antes del riesgo de bancarrota. Además, entre un cuarto y un tercio de todas las empresas con problemas financieros vuelven a tenerlos en unos pocos años después de completar una reestructuración (Hotchkiss, 1995 y Gilson, 1997). Hotchkiss (1995) trata de explicar estas observaciones como derivadas de un diseño ineficiente de la ley de bancarrota de EEUU, ya que da a los directivos aversos a la liquidación demasiado poder para continuar empresas ineficientes a pesar de la voluntad de sus acreedores. Otras razones que se han argumentado han sido los costes de transacción de reestructurar financieramente una empresa. Kahl (2002) argumenta que la naturaleza a largo plazo del riesgo de bancarrota es difícil de explicar sin apelar a ineficiencias sustanciales sólo si uno asume, como la mayoría de la literatura hace, que los acreedores tienen información perfecta sobre la viabilidad económica de las empresas en bancarrota. Sin embargo, se puede obtener una explicación simple para todos estos descubrimientos si se reconoce que los acreedores tienen incertidumbre sobre la viabilidad de estas empresas. Si una empresa entra en bancarrota, un problema importante que tienen que afrontar los acreedores es distinguir entre empresas económicamente viables y empresas que deberían ser liquidadas. Si hay suficiente incertidumbre sobre la viabilidad de la empresa, puede ser óptimo para los acreedores posponer la decisión de liquidación y esperar a conseguir más información. En particular, los acreedores pueden querer mantener sus posiciones, manteniendo el endeudamiento alto, y requiriendo altos pagos a corto plazo de forma que puedan liquidar más tarde si la empresa no mejora sus resultados y por tanto vuelve a entrar en bancarrota. Esta forma de verlo implica que el proceso de bancarrota es más eficiente de lo que se pensaba previamente y, por tanto, la deuda es beneficiosa porque las ganancias de la bancarrota (liquidación de empresas ineficientes) pueden pesar más que sus costes (excesiva liquidación y distorsiones de la inversión).

Un artículo relacionado es Kiyotaki y Moore (1997). Se basan en el trabajo de Hart y Moore (1994), que analiza el problema de contratación en un entorno con renegociación ex-post y la inalienabilidad del capital humano. Una implicación del contrato de Kiyotaki y Moore (1997) es que el endeudamiento está tan fuertemente restringido por el valor neto que la liquidación nunca ocurre en equilibrio. En contraste, Carlstrom y Fuerst (1997) obtienen que el endeudamiento excede el valor neto, de forma que la liquidación es un fenómeno que ocurre en equilibrio.

4 Resumen

A modo de resumen, incluyo en las próximas páginas dos tablas donde aparecen los principales artículos que tratan sobre el tema de contratos financieros a largo plazo óptimos, tratando de clasificarlos según los supuestos de los que parten.

TIPO	ESTUDIAN	ARTÍCULOS
EMPÍRICOS	Tests sobre restricciones de financiación midiendo la sensibilidad de la inversión a los flujos de caja. Disminuye con edad y tamaño.	Evans (1987), Hall (1987), Fazzari et al. (1988), Dunne et al. (1989), Fazzari et al. (2000)
	La sensibilidad de la inversión a los flujos de caja no es un test adecuado para la magnitud de las restricciones de financiación.	Kaplan y Zingales (1997), Castillo (2001)
	Evolución de la estructura de propiedad: porcentaje del emprendedor disminuye con el tiempo y con la protección del inversor	Mikkelson et al. (1997), LaPorta et al (1998)
	La renegociación suele implicar una reducción de la deuda.	Gilson et al. (1990), Alderson y Betker (1995)
	Después de renegociación, las empresas vuelven a tener problemas financieros	James (1995), Hotchkiss (1995), Gilson (1997)
ASIMETRÍA DE INFORMACIÓN	Problemas de agencia generales	DeMarzo y Fishman (2002)
	Contrato óptimo con acciones, deuda a largo plazo y línea de crédito	DeMarzo y Fishman (2003), DeMarzo y Sannikov (2005)
	Contrato óptimo con acciones	Fluck (1998), Myers (1998)
	Contrato óptimo con deuda	Allen (1983), Atkeson (1991), Bulow y Rogoff (1989a), Harris y Raviv (1995), Hart (1995), Hart y Moore (1998), Clementi y Hopenhayn (2006)
	Incentivos al empresario: Amenaza de transferencia de control (liquidación)	Kiyotaki y Moore (1997), DeMarzo y Fishman (2003)
	Incentivos al empresario: Amenaza con negar financiación futura	Gromb (1999)
	Incentivos al empresario: Porcentaje de propiedad de la empresa	Himmelberg y Quadrini (2002)

TIPO	ESTUDIAN	ARTÍCULOS
ASIMETRÍA DE INFORMACIÓN	Consideraciones de reparto de riesgos	Radner (1981), Lambert (1983), Rubinstein y Yaari (1983), Rogerson (1985), Green (1987), apear y Srivastava (1987), Atkeson y Lucas (1992), Sigouin (2003), Clementi y Hopenhayn (2006)
EJECUCIÓN LIMITADA	El empresario no puede comprometerse a no presentar suspensión de pagos (los acreedores sí a no ejercitar su derecho a la liquidación).	Marcet y Marimon (1992), Kiyotaki y Moore (1997), Hart y Moore (1998), Albuquerque y Hopenhayn (2004)
	Tanto el empresario como el acreedor no puede comprometerse	Thomas y Worral (1994), Sigouin (2003)
	Capital no enajenable	Marcet y Marimon (1992), Thomas y Worral (1994), Hart y Moore (1998), Albuquerque y Hopenhayn (2004)
	Capital enajenable (garantías)	Appelbaum y Harris (1978), Sigouin (2003)
	Máximo de deuda a largo plazo sostenible: puede llevar a una no factibilidad financiera del proyecto.	Fernández y Rosenthal (1990), Hart y Moore (1998), Albuquerque y Hopenhayn (2004)
	Depredación	Bolton y Scharfstein (1990)
	Importancia de los fondos generados internamente	Bolton y Scharfstein (1990), Fernández y Rosenthal (1990), Albuquerque y Hopenhayn (2004)
RENEGOCIACIÓN EX-POST	Costes de liquidación	Williamson (1988), Shleifer y Vishny (1992)
	Puede ser óptimo liquidar en lugar de renegociar	Giammarino (1989), Carlstrom y Furest (1997), Quadrini (2004)
	Puede ser óptimo renegociar incluso si los deudores no tienen más poder	Kiyotaki y Moore (1997), Mella-Barral (1999), Kahl (2002), Sigouin (2003)

Referencias

[1] Albuquerque, Rui y Hugo A. Hopenhayn (2004), 'Optimal Lending Contracts and Firm Dynamics', *Review of Economic Studies,* 71(2), 285–315.

[2] Alderson, Michael J. y Brian L. Betker (1995), 'Liquidation Costs and Capital Structure', *Journal of Financial Economics,* 39, 45-69.

[3] Allen, Franklin (1983), 'Credit Rationing and Payment Incentives', *Review of Economic Studies,* 50, 639-646.

[4] Applebaum, Elie y Richard G. Harris (1978), 'Optimal Capital Policy with Bounded Investment Plans', *International Economic Review,* 19, 103-114.

[5] Atkeson, Andrew (1991), 'International Lending with Moral Hazard and Risk of Repudiation', *Econometrica*, 59, 1069-1089.

[6] Atkenson, Andrew y Robert Lucas Jr. (1992), 'On Efficient Distributions with Private Information', *Review of Economic Studies,* 59, 427-453.

[7] Baird, Douglas G. y Thomas Jackson (1988), 'Bargaining after the Fall and the Contours of the Absolute Priority Rule', *University of Chicago Law Reviews*, 55, 738-789.

[8] Barclay, Michael and Clifford Smith, Jr. (1995), 'The Maturity Structure of Corporate Debt', *Journal of Finance,* 50, 609-631.

[9] Bergman, Yaacov Z. y Jeffrey L. Callen (1991), 'Opportunistic Underinvestment in Debt Renegotiation and Capital Structure', *Journal of Financial Economics,* 29, 137-171.

[10] Berlin, Mitchell (1996), 'For Better and for Worse: Three Lending Relationships', *Federal Reserve Bank of Philadelphia Business Review,* November/December 1996, 3-12.

[11] Bernanke, Ben y Mark Gertler (1989), 'Agency Costs, Net Worth and Business Fluctuations', *American Economic Review,* 79 (1), 14-31.

[12] Black, Fischer y John C. Cox (1976), 'Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions', *Journal of Finance,* 31, 351-367.

[13] Bolton, Patrick y David S. Shcarfstein (1990), 'A Theory of Predation Based on Agency Problems in Financial Contracting', *American Economic Review,* 80, 93-106.

[14] Boot, Arnoud W.A. (2000), 'Relationship Banking: What Do We Know?', *Journal of Financial Intermediation,* 9, 7-25.

[15] Brennan, Michael J. y Eduardo S. Schwartz (1984), 'Optimal Financial Policy and Firm Valuation', *Journal of Finance,* 39, 593-607.

[16] Bulow, Jeremy y Rogoff, Kenneth (1989a), 'A Constant Recontracting Model of Sovereign Debt', *Journal of Political Economy,* 97, 155-178.

[17] Bulow, Jeremy y Rogoff, Kenneth (1989b), 'Sovereign Debt: Is to Forgive to Forget?', *American Economic Review,* 79, 43-50.

[18] Carlstrom, Charles T. y Timothy S. Fuerst (1997), 'Agency costs, Net Worth, and Business Fluctuations: A Computable General Equilibrium Analysis', *American Economic Review,* 87(5), 893-910.

[19] Castillo Ponce, Ramón A. (2002), '¿La Sensibilidad de la Inversión con respecto al Flujo de Caja Indica Acertadamente la Existencia y Magnitud de las Restricciones de Liquidez?', *Gaceta de Economía,* 7(14), 127-148.

[20] Castro, Rui, Gian Luca Clementi y Glenn MacDonald (2004), 'Investor Protection, Optimal Incentives, and Economic Growth', *Quarterly Journal of Economics*, 119(3), 1131-1175.

[21] Clementi, Gian Luca y Hugo A. Hopenhayn (2006), 'A Theory of Financing Constraints and Firm Dynamics', *Quarterly Journal of Economics*, 121(1), 229-265.

[22] Cooley, Thomas F. y Vincenzo Quadrini (2001), 'Financial Markets and Firm Dynamics', *American Economic Review,* 91(5), 1286-1310.

[23] Cooley, Thomas F., Ramon Marimon y Vincenzo Quadrini (2004), 'Aggregate Consequences of Limited Contract Enforceability', *Journal of Political Economy*, 112, 817-847.

[24] Datta, Sudip y Mai E. Iskandar-Datta (1995), 'Reorganization and Financial Distress: An Empirical Investigation', *Journal of Financial Research,* 18, 15-32.

[25] DeMarzo, Peter M. y Michael Fishman (2003), 'Optimal Long-Term Financial Contracting with Privately Observed Cash Flows', working paper, Stanford Graduate School of Business.

[26] DeMarzo, Peter M. y Michael Fishman (2006), 'Agency and Optimal Investment Dynamics', *Review of Financial Studies,* forthcoming.

[27] DeMarzo, Peter M. y Yuliy Sannikov (2006), 'Optimal Security Design and Dynamic Capital Structure in a Continuous-Time Agency Model', *Journal of Finance,* forthcoming.

[28] De Meza, David y David C. Webb (1987), 'Too Much Investment: A Problem of Asymmetric Information', *Quarterly Journal of Economics,* 102, 281-292.

[29] Diamond, Douglas W. (1984), 'Financial Intermediation and Delegated Monitoring', *Review of Financial Studies,* 51, 393-414.

[30] Diamond, Douglas W. (1989), 'Reputation Acquisition in Debt Markets', *Journal of Political Economy,* 97, 828-862.

[31] Diamond, Douglas W. (1991a), 'Monitoring and Repudiation, the Choice between Bank Loans and Directly Placed Debt', *Journal of Political Economy,* 99, 689-721.

[32] Diamond, Douglas W. (1991b), 'Debt Maturity Structure and Liquidity Risk", *Quarterly Journal of Economics,* 106, 709-737.

[33] Dune, Timothy, Mark Roberts, y Larry Samuelson (1989a), 'The Growth and Failure of U.S. Manufacturing Plants', *Quarterly Journal of Economics*, 104, 671-698.

[34] Dune, Timothy, Mark Roberts, y Larry Samuelson (1989b), 'Plant Turnover and Gross Employment Flows in the U.S. Manufacturing Sector", *Journal of Labor Economics*, 7, 48-71.

[35] Eberhart, Allan C., William T. Moore y Rodney L. Roenfeldt (1990), 'Security Pricing and Deviations from the Absolute Priority Rule in Bankruptcy Proceedings', *Journal of Finance,* 45, 1457-1469.

[36] Evans, David (1987), 'The Relationship between Firm Growth, Size and Age: Estimates for 100 Manufacturing Industries', *Journal of Industrial Economics,* 35, 567-581.

[37] Fazzari, Steven M., R.Glenn Hubbard y Bruce C. Petersen (1988), 'Financing Constraint and Corporate Investment', *Brookings Papers on Economic Activity,* 1, 141-195.

[38] Fazzari, Steven M., R.Glenn Hubbard y Bruce C. Petersen (2000), 'Financing Constraint and Corporate Investment: Response to Kaplan and Zingales', *Quarterly Journal of Economics,* 115, 695-705.

[39] Fernández, Raquel y Robert W. Rosenthal (1990), 'Strategic Models of Sovereign-Debt Renegotiations', *Review of Economic Studies,* 57,331-350.

[40] Fischer, Edwin O., Robert Heinkel y Josef Zechner (1989), 'Dynamic Capital Structure Choice: Theory and Tests', *Journal of Finance,* 44, 19-40.

[41] Fluck, Zsuzsanna (1998), 'Optimal Financial Contracting: Debt versus Outside Equity', *Review of Financial Studies,* 11, 383-418.

[42] Franks, Julian R. y Walter N. Torous (1989), 'An Empirical Investigation of U.S. Firms in Renegotiation', *Journal of Finance,* 44, 747-769.

[43] Franks, Julian R. y Walter N. Torous (1994), 'A Comparison of Financial Recontracting in Distressed Exchanges and Chapter 11 Reorganization', *Journal of Financial Economics,* 35, 349-370.

[44] Fries, Steven.M., Marcus Miller y William R.M. Perraudin (1997), 'Debt Pricing in Industry Equilibrium', *Review of Financial Studies,* 10, 39-68.

[45] Gertler, Mark (1992), 'Financial Capacity and Output Fluctuations in an Economy with Multi-period Financial Relationships', *Review of Economic Studies,* 59, 455-72.

[46] Giammarino, Ronald M. (1989), 'The Resolution of Financial Distress', *Review of Financial Studies*, 2, 25-47.

[47] Gilson, Stuart C. (1995), 'Transaction Costs and Capital Structure Choice: Evidence from Financially Distressed Firms', working paper, *Harvard Business School.*

[48] Gilson, Stuart C., Kose John y Larry Lang (1990), 'Troubled Debt Restructurings: An Empirical Study of Private Reorganization of Firms in Default,' *Journal of Financial Economics* Vol. 27, 315-354.

[49] Gomes, Joao F. (2001), 'Financing Investment', *American Economic Review*, 91, 1263-1285.

[50] Green, Edward J. (1987), 'Lending and the Somoothing of Uninsurable Income', in E. Prescott y N. Walace, Eds., *Contractual Arrangements for Intertemporal Trade,* Minneapolis, University of Minnesota Press.

[51] Gromb, Denis (1999), 'Renegotiation in Debt Contracts', working paper, MIT.

[52] Hall, Bronwyn (1987), 'The Relationship between Firm Size and Firm Growth in the U.S. Manufacturing Sector', *Journal of Industrial Economics,* 35, 583-606.

[53] Harris, Milton y Raviv, Artur (1995), 'The Role of Games in Security Design', *Review of Financial Studies,* 8, 327-367.

[54] Hart, Oliver (1995), 'Firms, Contracts, and Financial Structure', *Oxford: Oxford University Press.*

[55] Hart, Oliver y Moore, John H. (1994), 'A Theory of Debt Based on the Inalienability of Human Capital', *Quarterly Journal of Economics*, 109, 841-879.

[56] Hart, Oliver y Moore, John H. (1998), 'Default and Renegotiation: A Dynamic Model of Debt', *Quarterly Journal of Economics*, 113, 1-41.

[57] Himmelberg, Charles y Simon Gilchrist (1995), 'Evidence on the Role of Cash Flow for Investment", *Journal of Monetary Economics,* 36, 541-572.

[58] Himmelberg, Charles y Simon Gilchrist (1998), 'Investment, Fundamentals and Finance", *NBER Macro Annual 1998*, edited by B. Bernanke and J. Rotemberg, MIT Press, Cambridge.

[59] Himmelberg, Charles y Vincenzo Quadrini (2002), 'Optimal Financial Contracts and The Dynamics of Insider Ownership', working paper, Stern School of Business, New York University.

[60] Hotchkiss, Edith S. (1995), 'Postbankruptcy Performance and Management Turnover', *Journal of Finance,* 50, 3-21.

[61] Hoshi, Takeo, Anil Kashyap y David Scharfstein (1991), 'Corporate Structure, Liquidity, and Investment: Evidence from Japanese Industrial Groups", *Quarterly Journal of Economics,* 106, 33-60.

[62] Hubbard, R.Glenn (1998), 'Capital-Market Imperfections and Investment', *Journal of Economic Literature,* 36(1), 193-225.

[63] James, Christopher (1995), 'When Do Banks Take Equity in Debt Restructurings?', *Review of Financial Studies,* 8, 1209-1234.

[64] Kahl, Matthias (2002), 'Economic Distress, Financial Distress, and Dynamic Liquidation', *Journal of Finance,* 57(1), 135-168.

[65] Kaplan, Steven y Luigi Zingales (1997), 'Do Investment-Cash Flow Sensitivities Provide Useful Measures of Financial Constraints?', *Quarterly Journal of Economics,* 107, 169-215.

[66] Kim, In Joon; Krishna Ramaswamy y Suresh Sundaresan (1993), 'Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds?: A Contingent Claims Model', *Financial Management,* 22, 117-131.

[67] Kiyotaki, Nobu y John Moore (1997), 'Credit Cycles', *Journal of Political Economy,* 105, 211-248.

[68] La Porta, Rafael, Florencio López de Silanes, Andrei Shleifer y Robert Vishny (1998), 'Law and Finance', *Journal of Political Economy,* 106(6), 1113-1155.

[69] Lambert, Richard A.(1983), 'Long-term Contracts and Moral Hazard', *Bell Journal of Economics,* 14, 441-452.

[70] Leland, Hayne E. (1994), 'Risky Debt, Bond Covenants and Optimal Capital Structure', *Journal of Finance,* 49, 1213-1252.

[71] Leland, Hayne E. y Klaus B. Toft (1996), 'Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy and the Term Structure of Credit Spreads', *Journal of Finance,* 51, 987-1019.

[72] Longstaff, Francis A. y Eduardo S. Schwartz (1995), 'A Simple Approach to Valuing Risky and Floating Rate Debt', *Journal of Finance,* 50, 789-819.

[73] Marcet, Albert y Ramon Marimon (1992), 'Communication, Commitment, and Growth', *Journal of Economic Theory*, 58, 219-249.

[74] Marín, José M. y Jacques Olivier (2003), 'On the Impact of Leverage Constraints on Asset Prices and Trading Volume', *Spanish Economic Review,* 5, 123-151.

[75] Medina, Juan Pablo (2004), 'Endogenous Financial Constraints: Persistence and Interest Rate Fluctuations', *Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile*, 290.

[76] Mella-Barral, Pierre (1999), 'The Dynamics of Default and Debt Reorganization', *The Review of Financial Studies,* Fall 1999 Vol.12 No.3 535-578

[77] Mella-Barral, Pierre y William R.M. Perraudin (1997), 'Strategic Debt Service', *Journal of Finance,* 52, 531-556.

[78] Mello, A.S. y J.E. Parsons (1992), 'The Agency Costs of Debt', *Journal of Finance,* 47, 1887-1904.

[79] Merton, Robert C. (1974), 'On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates', *Journal of Finance,* 29, 449-470.

[80] Mikkelson, Wayne H., Megan Partch y Ken Shah (1997), 'Ownership and Operating Performance of Companies that Go Public', *Journal of Financial Economics,* 44, 281-307.

[81] Myers, Stewart C. (2000), 'Outside Equity', *Journal of Finance,* 55, 1005-1037.

[82] Phelan, Christopher (1995), 'Repeated Moral Hazard and One-Sided Commitment', *Journal of Economic Theory,* 66, 488-506.

[83] Quadrini, Vincenzo (2004), 'Investment and Liquidation in Renegotiation–Proof Contracts with Moral Hazard', *Journal of Monetary Economics,* 51, 4(5), 713–751.

[84] Quintin, Erwan (2003), 'Limited Enforcement and the Organization of Production', working paper, *Federal Reserve Bank of Dallas*

[85] Radner, Roy (1981), 'Monitoring Cooperative Agreements in a Repeated Principal Agent Relationship', *Econometrica,* 49, 1127-1148.

[86] Rogerson, William P. (1985), 'Repeated Moral Hazard', *Econometrica,* 53, 69-76.

[87] Rubinstein, Ariel y Manahem Yaari (1983), 'Repeated Insurance Contracts and Moral Hazard', *Journal of Economic Theory*, 30, 74-97.

[88] Sharpe, Steven A. (1990), 'Asymmetric Information, Bank Lending, and Implicit Contracts: A Stylized Model of Customer Relationships', *Journal of Finance,* 45, 1069-1087.

[89] Shleifer, Andrei y Robert W. Vishny (1992), 'Liquidation Values and Debt Capacity: A Market Equilibrium Approach', *Journal of Finance,* 47(4), 1.343-1.366.

[90] Sigouin, Christian (2003), 'Investment Decisions, Financial Flows, and Self-Enforcing Contracts', *International Economic Review,* 44(4), 1359-1382.

[91] Spear, Stephen E. y Sanjay Srivastava (1987), 'On Repeated moral Hazard with Discounting', *Review of Economic Studies,* 54, 599-617.

[92] Thomas, Jonathan y Tim Worral (1990), 'Income Fluctuations and Asymmetric Information: An Example of the Repeated Principal-Agent Problem', *Journal of Economic Theory,* 51, 367-390.

[93] Thomas, Jonathan y Tim Worral (1994), 'Foreign Direct Investment and the Risk of Expropriation', *Review of Economic Studies,* 61, 81-108.

[94] Wang, Cheng (2000), 'Renegotiation-Proof Dynamic Contracts with Private Information', *Review of Economic Dynamics,* 3, 396-422.

[95] Zingales, Luigi (1998), 'Survival of the Fittest or the Fattest? Exit and Financing in the Trucking Industry', *Journal of Finance,* 53, 905-938.

Capítulo 4

Dinámicas de la Empresa con Capital Durable y Restricciones de Financiación

Contenidos

1 Introducción

En este capítulo, consideramos el problema de diseñar un contrato financiero óptimo entre un empresario y una financiera en un entorno de múltiples períodos. Como ya hemos comentado en el capítulo previo, entre los artículos más recientes sobre este tema se incluyen Albuquerque y Hopenhayn (2004), Clementi y Hopenhayn (2006), De Marzo y Fishman (2003) y Quadrini (2004). Para obtener una mejor comprensión de las propiedades cualitativas de las dinámicas de la empresa en los niveles microeconómico y agregado es importante entender los esquemas de financiación óptimos. Con respecto a la literatura existente, enriquecemos el modelo permitiendo capital durable y un valor de liquidación estocástico, posiblemente dependiendo del valor del capital y de los shocks ocurridos en los períodos previos.

En nuestro modelo, un empresario tiene la oportunidad de comenzar una nueva empresa a través de la adquisición de un activo que le capacite para iniciar la producción, como una patente o una licencia, a un coste A. El empresario no tiene suficiente dinero para realizar este pago y tiene que pedir prestado dinero a un prestamista. Después de la creación de la empresa, se necesita capital operativo para su funcionamiento. El flujo de caja obtenido en cada período t depende de la cantidad de capital acumulado K_t en ese momento, de las decisiones tomadas hasta el momento t y de una variable aleatoria $\widetilde{\theta}_t$. Esta variable aleatoria sólo puede ser observada por el empresario, y además, suponemos que el flujo de caja en el período t no es verificable. Esto significa que el empresario puede robar todos los ingresos a menos que el contrato financiero proporcione incentivos para informar correctamente del flujo de caja de la empresa. Al comienzo de cada período t se puede elegir entre continuar o liquidar el proyecto. Si se continúa, se tomará una decisión de inversión y se obtendrá un flujo de caja. Si la decisión es liquidar, entonces se venden los activos existentes a un valor que puede depender del valor ocurrido del shock θ_{t-1} y del capital acumulado K_{t-1}. Se puede elegir liquidar como parte del mecanismo de incentivos incluso cuando no sería óptimo con información completa.

Nuestro modelo se basa en el trabajo de Clementi y Hopenhayn (2006). Su énfasis es en la importancia de las restricciones de financiación como determinantes de las dinámicas de la empresa (especialmente tamaño, crecimiento y supervivencia). Desarrollan una teoría de restricciones de financiación endógenas como parte del diseño óptimo de un contrato de préstamo bajo simetría de información. Obtienen que en un contrato de financiación óptimo el valor de las acciones aumenta cuando el shock provoca ingresos altos y disminuye cuando los provoca bajos. La sensibilidad del valor de las acciones al valor actual del shock proporciona incentivos al empresario para decir la verdad. Esta diferencia entre valores de acciones contingentes aumenta con la cantidad avanzada de capital operativo. Las restricciones de endeudamiento aparecen porque esta diferencia necesaria es costosa debido a la concavidad del valor total de la empresa como una función de las acciones del empresario.

Enriquecemos el modelo de Clementi-Hopenhayn de dos formas. Primero, suponemos que el capital es durable. En nuestro modelo, el capital operativo se deprecia a una tasa $1 - d$, con $d \in [0, 1]$, y puede aumentarse cada período mediante una nueva inversion. En Clementi-Hopenhayn el capital de trabajo invertido en el período t se deprecia completamente al final del período, es decir, $d = 0$. Introducir capital durable es útil porque nos permite analizar cómo los problemas de incentivos se ven modificados conforme el tamaño de la empresa cambia. En contraste, en Clementi-Hopenhayn el tamaño tiene que decidirse en cada período por la cantidad de capital operativo invertido en la empresa, por lo que el problema de incentivos se mantiene estacionario.

En segundo lugar, Clementi y Hopenhayn (2006) suponen que el valor de liquidación de la empresa es constante e independiente de la historia. Nosotros en cambio permitimos un valor de liquidación estocástico y dependiente de la historia, y estudiamos la forma que toma el contrato óptimo bajo unos supuestos dados sobre el valor de liquidación. Con estos cambios, podemos hacer predicciones independientes de la probabilidad de liquidación y tamaño, lo que no era posible en el entorno de Clementi-Hopenhayn.

De Marzo y Fishman (2003) y Quadrini (2004) también consideran contratos de financiación en entornos caracterizados por información asimétrica. De Marzo y Fishman (2003) se concentran en la implementación de acuerdos a largo plazo mediante contratos simples (una combinación de acciones, deuda a largo plazo y una línea de crédito).

Quadrini (2004) caracteriza los contratos libres de renegociación. Analiza el efecto de la posibilidad de renegociación en la liquidación de las empresas y obtiene que la liquidación puede ser óptima incluso si la empresa es todavía productiva cuando hay problemas de agencia inducidos por información asimétrica.

Albuquerque y Hopenhayn (2004) estudian el endeudamiento y las dinámicas de la empresa en un modelo con ejecución limitada. Las restricciones de financiación aparecen porque los deudores tienen responsabilidad limitada y no se puede comprometer a la devolución de la deuda. Aproximan el tamaño de la empresa con el de las acciones, suponiendo que conforme crece el valor de las acciones, lo mismo hará el tamaño de la empresa. Ninguno de los estudios previos incluyen el supuesto más realista de capital durable.

Este capítulo está estructurado como sigue. En la sección 2 se explica el modelo y se analiza la política de inversión óptima cuando no hay problemas de agencia. La sección 3 analiza los contratos de financiación óptimos cuando hay asimetría de información. La sección 4 incluye un ejemplo numérico y la sección 5 contiene las conclusiones.

2 El Modelo

En el período cero un empresario tiene una idea para un proyecto. Poner en marcha el proyecto requiere formar una empresa y adquirir un activo que permita su explotación[1] que cuesta A. Después de que el proyecto se ha activado, la empresa necesita capital para operar. El flujo de caja en el período t depende de la cantidad de capital K_t existente en ese momento, de las decisiones tomadas hasta el período t y de una variable aleatoria $\widetilde{\theta}_t$. Sea

$$\widetilde{\theta}^t = \left(\widetilde{\theta}_1, \widetilde{\theta}_2, \ldots \widetilde{\theta}_t\right)$$

la historia de los shocks hasta el período t. Los valores que ocurran realmente de $\widetilde{\theta}_t$ y $\widetilde{\theta}^t$ se denotan por θ_t y θ^t respectivamente.

Al comienzo de cada período t se elige si continuar o liquidar el proyecto. Si se continúa, la empresa tomará una decisión de inversión y el flujo de caja producido por el proyecto será $\theta_t R(K_t)$. Si se liquida, se venderán los activos existentes a un valor igual a $S(\theta_{t-1}, K_{t-1})$, que discutiremos un poco más adelante. Realizamos los siguientes supuestos sobre el proceso de producción.

Supuesto 1 *La función $R(\cdot)$ está definida en $[0, +\infty)$. Está limitada, es continuamente diferenciable, estrictamente creciente y estrictamente cóncava. Además, $R(0) = 0$ y $pR'(0) > 1$. Las variables aleatorias $\left\{\widetilde{\theta}_t\right\}_{t=1}^{+\infty}$ son independientes e idénticamente distribuidas. La distribución es Bernoulli, con $\Pr\left(\widetilde{\theta}_t = 1\right) = p$ y $\Pr\left(\widetilde{\theta}_t = 0\right) = 1 - p$.*

El capital se deprecia a una tasa $1 - d$, y puede aumentarse mediante nueva inversión. Su ley de movimiento es por tanto

$$K_t = dK_{t-1} + I_t,$$

[1] También podemos suponer que la creación de la empresa requiere una inversión fija, por ejemplo, en investigación y desarrollo o en la creación de capital humano.

donde I_t es la inversión en el período t. El nivel inicial de capital es $K_0 = 0$ (esto lo discutiremos después) y esto implica que en el momento t la cantidad de capital depende de la historia de inversiones hasta t de acuerdo a la fórmula

$$K_t = \sum_{q=1}^{t} d^{t-q} I_q.$$

Con respecto al valor de liquidación $S(\theta_{t-1}, K_{t-1})$, hacemos los siguientes supuestos:

Supuesto 2 *El valor de liquidación depende linealmente del capital:*

$$S(\theta_{t-1}, K_{t-1}) = S(\theta_{t-1}) + q(\theta_{t-1})\, dK_{t-1},$$

con $0 \leq S(0) \leq S(1)$ *y* $0 \leq q(0) \leq q(1) < 1$.

Para simplificar la notación, establecemos $S(0) = \underline{S}$, $S(1) = \overline{S}$, $q(0) = \underline{q}$ y $q(1) = \overline{q}$. La interpretación aquí es que $S(\theta_{t-1})$ es el valor de liquidación que se obtiene vendiendo el activo que necesitábamos para empezar la empresa, mientras que $q(\theta_{t-1})$ es el precio unitario al que pueden venderse los activos de capital. Estos activos tienen utilidad fuera de la empresa, por lo que $\underline{q} \geq 0$, pero su productividad no es tan alta fuera de la empresa como dentro de ella, de ahí que $\overline{q} < 1$. Nótese que $\overline{q} < 1$ implica que nunca puede ser óptimo aumentar la cantidad de capital sólo para revenderlo en un período futuro. El supuesto de que el valor de liquidación sea más alto después de un shock bueno que después de uno malo puede justificarse asumiendo que el shock de la empresa está correlacionado con los shocks de otras empresas en la industria. Shleifer y Vishny (1992) explican este efecto concentrándose en los compradores potenciales de los activos de una empresa. Los activos de una empresa que se liquida pueden venderse a otras empresas en la industria, que son los compradores potenciales que les dan mayor valoración (pueden dar a los activos su mejor uso). Pero, si una empresa sufre dificultades financieras, sus compañeras de industria probablemente estén también experimentando problemas. Por eso, no son capaces de comprar los activos y estos serán comprados por empresas de fuera del sector, que los valoran menos.

Sea $\delta \in (0, 1)$ la tasa de descuento a la que los agentes descuentan los flujos de caja futuros. Para hacer el problema interesante, hacemos el siguiente supuesto.

Supuesto 3 $A > \delta \left[p\overline{S} + (1-p)\underline{S} \right]$.

El supuesto 3 significa que no puede ser óptimo comprar el activo inicial sólo para liquidar la empresa en el siguiente período. Si se pone en marcha la empresa, será necesaria alguna política de inversión no trivial para hacer que la inversión sea rentable.

El empresario está protegido por la responsabilidad limitada, lo que implica que las transferencias monetarias de la empresa al acreedor en el período t no pueden exceder $\theta_t R(K_t)$. Además, suponemos que el flujo de caja en el período t no es verificable, y es información privada del empresario. Esto significa que el empresario puede ocultar todos los ingresos de la empresa y desviarlos hacia sus propias cuentas. El contrato de financiación tendrá que proporcionar incentivos al empresario para que dé información correcta del flujo de caja de la empresa, o lo que es equivalente, del valor θ_t.

2.1 Contratos Factibles

El empresario tiene fondos insuficientes para empezar el proyecto, y por tanto necesita financiación de un acreedor. Un contrato financiero especifica la cantidad M_L que da el acreedor al deudor en el período cero, la cantidad de dinero M_B que el deudor tiene que invertir en el proyecto, las inversiones futuras y los pagos futuros entre las dos partes como una función de la historia. En $t = 0$ la única actividad posible es la adquisición del activo inicial a un precio A. Además, el empresario observa el valor que ha tomado realmente la variable aleatoria $\widetilde{\theta}_0$. Desde el período 1 en adelante la empresa puede empezar a invertir en capital y producir. Por tanto, el contrato debe especificar M_L y M_B tales que $M_L + M_B = A$, y establecemos $K_0 = 0$ como la condición inicial del nivel de capital[2].

Más exactamente, en cada período $t \geq 1$ la secuencia de sucesos es la siguiente: Primero, se toma una decisión de liquidación $\ell_t \in \{L, C\}$, donde $\ell_t = L$ significa liquidación y $\ell_t = C$ significa continuación. La elección entre liquidación o continuación está especificada en el contrato. En general, para cualquier historia dada θ^{t-1} el contrato especifica la probabilidad $\alpha_t = \Pr(\ell_t = L)$, donde $\alpha_t \in [0, 1]$ puede depender de la historia.

Si se liquida la empresa, entonces se termina el contrato y se distribuye el valor residual $S_t = S(\theta_{t-1}, K_{t-1})$ entre el acreedor y el deudor de acuerdo a

[2] Los resultados no cambian si permitimos inversión positiva en $t = 0$ (además de la compra del activo inicial), pero fijar $K_0 = 0$ hace que la notación sea más sencilla.

los términos definidos por el contrato. Llamamos Q_t a la cantidad pagada al deudor en caso de liquidación en el período t (de forma que el acreedor obtiene $S_t - Q_t$). Si $\ell_t = C$, el contrato especifica la cantidad I_t a invertir. De nuevo, esta cantidad es una función de la historia pasada, y tomamos como convención que la proporciona el acreedor. Una vez que se ha hecho la inversión, el deudor observa el resultado $\theta_t R(K_t)$. Entonces, el deudor envía un mensaje verificable m_t al acreedor y paga una cantidad τ_t que depende del mensaje actual y de la historia pasada. Invocamos el principio de revelación y, por tanto, el conjunto de mensajes en el momento t será $\Theta = \{0, 1\}$, es decir, el empresario informa del valor observado de θ_t. Un resultado a_t en el período $t \geq 0$ está compuesto por

$$a_t = \left\{\ell_t, I_t, \widehat{\theta}_t\right\}$$

donde $\widehat{\theta}_t$ es el mensaje emitido por el deudor. Fijamos $\ell_0 = C$ y $I_0 = 0$, lo que significa que en el período cero comienza la empresa y la inversión en capital se inicia en el período 1.Una historia hasta el período t es una colección $h_t = \{a_s\}_{s=0}^{t}$, y H_t es el conjunto de todas las historias posibles hasta el período t. Un *esquema de financiación factible* es un conjunto de funciones

$$f = \left\{\alpha_t(h_{t-1}), Q_t(h_{t-1}, S_t), I_t(h_{t-1}), \tau_t\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)\right\}_{t=1}^{+\infty}$$

que cumplen las siguientes propiedades:

- Para cada historia h_t tal que $a_s = (L, \cdot, \cdot)$ para algún $s \leq t$ tenemos

  $$Q_{t'} = I_{t'} = \tau_{t'} = S_{t'} = K_{t'} = 0$$

  para cada $t' > s$. En otras palabras, la empresa deja de funcionar.

- Para cada historia h_t, tenemos que $\alpha_{t+1}(h_t) \in [0, 1]$ y $I_{t+1}(h_t) \geq 0$. Esto dice simplemente que la probabilidad de liquidación tiene que estar entre cero y uno y que la inversión tiene que ser no-negativa.

- Para cada historia h_t , debe ocurrir que $Q_{t+1}(h_t, S_{t+1}) \geq 0$, $\tau_t\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right) \leq \widehat{\theta}_t R(K_t)$. Esto es consecuencia de la responsabilidad limitada por parte del deudor.

Un contrato es un triplete

$$\sigma = (M_L, M_B, f)$$

donde $M_L \geq 0$ es la cantidad de capital invertido por el acreedor, $M_B \geq 0$ es la cantidad de capital invertido por el deudor y f es un esquema de financiación. El contrato es factible si $M_L + M_B \geq A$ y f es un esquema de financiación factible.

El contrato cumple la *racionalidad individual* si

$$E\left[\sum_{t=1}^{+\infty}\delta^t\left(\alpha_t(h_{t-1})\left(\widetilde{S}_t - Q_t\left(h_{t-1},\widetilde{S}_t\right)\right) + (1-\alpha_t(h_{t-1}))\left(\tau_t\left(\widetilde{\theta}_t, h_{t-1}\right) - I_t\left(h_{t-1}\right)\right)\right)\right] \geq M_L \tag{1}$$

$$E\left[\sum_{t=1}^{+\infty}\delta^t\left(\alpha_t(h_{t-1})Q_t\left(h_{t-1},\widetilde{S}_t\right) + (1-\alpha_t(h_{t-1}))\left(\widetilde{\theta}_t R\left(K_t\left(h_t\right)\right) - \tau_t\left(\widetilde{\theta}_t, h_{t-1}\right)\right)\right)\right] \geq M_B \tag{2}$$

donde la esperanza se toma sobre todas las historias posibles y bajo el supuesto de que el deudor da información del valor verdadero θ_t cada período.

Sea $\widehat{r}_t : \Theta \times H_{t-1} \to \Theta$ una estrategia de mensajes en el período t por el deudor, y sea $\widehat{\mathbf{r}} = \{\widehat{r}_t\}_{t=1}^{+\infty}$ una estrategia de mensajes para todos los períodos. Sea por último $\mathbf{r}$ la estrategia de dar mensajes verdaderos, es decir $r_t\left(\theta_t, h_{t-1}\right) = \theta_t$ para cada (θ_t, h_{t-1}). Definimos

$$V_t^{\widehat{\mathbf{r}}}\left(\theta_t, h_{t-1}\right) = E\left[\sum_{q=t}^{+\infty}\delta^{q-t}\alpha_q\left(\widehat{r}_{q-1}, h_{q-1}\right)Q_q\left(h_{q-1},\widetilde{S}_q\right)\middle| h_{t-1}\right]$$

$$+E\left[\sum_{q=t}^{+\infty}\delta^{q-t}\left(1-\alpha_q\left(\widehat{r}_{q-1}, h_{q-1}\right)\right)\left(\widetilde{\theta}_q R\left(K_q\left(\widehat{r}_{q-1}, h_{q-1}\right)\right) - \tau_q\left(\widehat{r}_q, h_{q-1}\right)\right)\middle| h_{t-1}\right].$$

como el pago esperado al empresario dada la historia h_{t-1}. Aquí hemos enfatizado que las variables contractuales α_q y K_q en el período q dependen de h_{q-1} también a través del anuncio del último período $\widehat{r}_{q-1}$, y la transferencia en el momento q depende del anuncio en el período actual $\widehat{r}_q$. Nótese también que en general $\widehat{r}_q$ es una función de h_{q-1} y θ_q.

Un contrato cumple la *compatibilidad de incentivos* si

$$V_t^{\mathbf{r}}\left(\theta_t, h_{t-1}\right) \geq V_t^{\widehat{\mathbf{r}}}\left(\theta_t, h_{t-1}\right)$$

para cada historia (θ_t, h_{t-1}) y estrategia de mensajes $\widehat{\mathbf{r}}$. Dado que estamos observando contratos que induzcan información verdadera por parte del deudor, será conveniente simplificar la notación denotando $V_t\left(\theta_t, h_{t-1}\right) \equiv V_t^{\mathbf{r}}\left(\theta_t, h_{t-1}\right)$.

2.2 Inversión Óptima con Información Completa

Antes de analizar el caso de información incompleta, caracterizamos la política óptima cuando no hay problemas de agencia; este será el caso, por ejemplo, cuando el empresario tenga suficiente dinero para financiar de forma completa la adquisición del activo inicial A. El valor de la empresa al comienzo del período t, suponiendo que no se ha liquidado todavía y que la cantidad de capital acumulada en el período previo es igual a K_{t-1}, es

$$W^*(\theta_{t-1}, K_{t-1}) =$$

$$\sup_{\{\alpha_q(h_{q-1}), I_q(h_{q-1})\}_{q=t}^{+\infty} \in \mathcal{F}} \quad E\left[\sum_{q=t}^{+\infty} \delta^{q-t}\left(\alpha_q \widetilde{S}_q + (1-\alpha_q)\left(\widetilde{\theta}_q R(dK_{q-1}+I_q) - I_q\right)\right)\right]$$

sujeto a

$$K_q = \sum_{s=t}^{q} d^{q-s} I_s + d^{q-t+1} K_{t-1} \tag{3}$$

$$\alpha_q \in [0,1], \, I_q \geq 0 \text{ each } q \geq t,$$

y $\mathcal{F}$ es el conjunto de inversión y políticas de liquidación factibles.

Como la función $R(K)$ es estrictamente creciente en K, inmediatamente resulta que $W^*(\theta_{t-1}, \cdot)$ es no-decreciente. Sea

$$W_c(K_{t-1}) = \max_{I_t \geq 0} \quad pR(dK_{t-1}+I_t) - I_t + \delta E\left[W^*\left(\widetilde{\theta}_t, dK_{t-1}+I_t\right)\right]$$

el valor máximo alcanzable por la empresa cuando el capital es K_{t-1} y la empresa no liquida en el período actual. Obsérvese que este valor no depende de θ_{t-1}, y que $W_c(K_{t-1})$ es estrictamente creciente. Por tanto,

$$W^*(\theta_{t-1}, K_{t-1}) = \max\{S(\theta_{t-1}, K_{t-1}), W_c(K_{t-1})\}.$$

Como hemos señalado previamente, Clementi y Hopenhayn (2006) han analizado el caso de capital no durable y valor de liquidación no estocástico, es decir, $d=0$ y $S_t(\theta_{t-1}, K_{t-1}) = S$. En este caso, la política óptima con información completa es simplemente seleccionar una inversión K^{CH} en cada período de forma que

$$pR'\left(K^{CH}\right) = 1. \tag{4}$$

La función de valor es por tanto independiente de θ_t e igual a $W^{CH} = \frac{pR\left(K^{CH}\right) - K^{CH}}{1-\delta}$.

En el caso general que estamos analizando la política óptima es más complicada. Comenzamos presentando nueva notación y estableciendo algunos resultados preliminares. Sea $\widehat{W}(K_{t-1})$ el valor que puede alcanzar la empresa si no se permite nunca liquidar el proyecto, es decir

$$\widehat{W}(K_{t-1}) = \max_{\{I_q\}_{q=t}^{+\infty}} \quad \sum_{q=t}^{+\infty} \delta^{q-t}\left(pR(dK_{q-1}+I_q) - I_q\right) \tag{5}$$

sujeto a $I_q \geq 0$ para cada q y (3). La condición de primer orden respecto a I_t es

$$\begin{aligned} pR'\left(dK_{t-1}+I_t\right)-1+\sum_{q=0}^{+\infty}\delta^{q+1}pR'\left(dK_{t+q}+I_{t+q+1}\right)\frac{\partial K_{t+q}}{\partial I_t}d+\mu_t &= 0 \\ \mu_t I_t &= 0 \end{aligned}$$

donde $\mu_t \geq 0$ es el multiplicador asociado a la restricción $I_t \geq 0$. Dado que $\frac{\partial K_{t+q}}{\partial I_t} = d^q$ podemos escribir la condición de primer orden como

$$\mu_t+\sum_{q=0}^{+\infty}(d\delta)^q pR'\left(dK_{t-1+q}+I_{t+q}\right)=1. \tag{6}$$

La misma condición evaluada en el período $t+1$ resulta

$$\mu_{t+1}+\sum_{q=0}^{+\infty}(d\delta)^q pR'\left(dK_{t+q}+I_{t+1+q}\right)=1. \tag{7}$$

Multiplicando los dos lados de (7) por $d\delta$ y restando ambos de (6) obtenemos

$$\left(\mu_t-d\delta\mu_{t+1}\right)+pR'\left(dK_{t-1}+I_t\right)=1-d\delta. \tag{8}$$

Dada la condición inicial $K_0 = 0$ y el supuesto 3, debe ocurrir que $I_1 > 0$ para que el proyecto tenga un VAN positivo. Por tanto $\mu_1 = 0$ y I_1 soluciona

$$pR'\left(I_1\right)=1-d\delta+d\delta\mu_2. \tag{9}$$

En el siguiente lema, argumentamos que esto implica que $I_t > 0$ para cada $t > 1$.

Lema 1 *Consideremos el problema de maximizar el valor de la empresa cuando no está permitida la liquidación. Entonces, bajo la política óptima,* $I_t > 0$ *implica* $I_{t+1} > 0$.

El lema afirma que, cuando la política óptima es no liquidar nunca la empresa, en la trayectoria óptima la restricción $I_t \geq 0$ nunca es limitante. La intuición es que esto sólo podría suceder si hay sobreinversión en el período t y la empresa quiere disminuir la cantidad de capital acumulado en el período $t+1$. La empresa podría hacerlo mejor reduciendo la inversión en el momento t, y evitando así la sobreinversión. El lema también implica que, cuando la política óptima es no liquidar nunca la empresa, el nivel de capital es constante. Como $I_1 > 0$, el lema conlleva que $I_t > 0$ para todo t. Por tanto, la condición (8) se convierte en

$$pR'\left(dK_{t-1}+I_t\right)=1-d\delta$$

para cada t, lo que supone un nivel constante de capital. De hecho, sea K^* tal que

$$pR'(K^*) = 1 - d\delta. \tag{10}$$

Entonces, cuando la política óptima es no liquidar nunca la empresa, $I_1 = K^*$, y $I_t = (1-d)K^*$ para cada $t > 1$, o lo que es lo mismo, la empresa alcanza inmediatamente el nivel estacionario K^* y después simplemente reemplaza el capital depreciado cada período, de forma que el nivel de capital se mantiene siempre constante en K^*.

La función $\widehat{W}(K)$ es estrictamente creciente en K, y el valor de la empresa en el período 0 es

$$\begin{aligned}\widehat{W}(0) &= \frac{pR(K^*) - K^*}{1-\delta} + \delta\frac{dK^*}{1-\delta} \\ &= \frac{pR(K^*) - (1-d\delta)K^*}{1-\delta}. \end{aligned} \tag{11}$$

El valor de la empresa cuando el capital ha alcanzado el nivel estacionario K^* es

$$\widehat{W}(K^*) = \widehat{W}(0) + dK^* = \frac{pR(K^*) - (1-d)K^*}{1-\delta}. \tag{12}$$

Más en general, para cualquier valor dado K_{t-1}, la inversión óptima es $I_t = \max\{K^* - dK_{t-1}, 0\}$. Nótese que para todos los valores $K_{t-1} < \frac{K^*}{d}$ la inversión será estrictamente futura en todos los períodos futuros. Cuando $K < \frac{K^*}{d}$ el valor de la empresa es

$$\widehat{W}(K) = \widehat{W}(0) + dK.$$

Los únicos valores que se observarán en la trayectoria óptima son 0 y K^*.

2.3 Liquidación Óptima

Recuérdese que, dada la cantidad de capital acumulado K_{t-1}, al comienzo de cada período t el valor de la empresa estará dado por

$$W^*(\theta_{t-1}, K_{t-1}) = \max\{S(\theta_{t-1}, K_{t-1}), W_c(K_{t-1})\}.$$

Por tanto, o la política óptima no permite nunca la liquidación o sí lo hace. Para ver bajo qué condiciones una política de no-liquidación es óptima, comenzamos observando que en este caso tenemos que $W_c(K) = \widehat{W}(K)$, y la discusión del apartado anterior implica que los únicos valores de capital observados bajo la política óptima son 0 y K^*. No liquidar es óptimo si y sólo si el valor de continuación es siempre mayor que el valor de liquidación. Como para cada nivel de capital el valor de liquidación es más alto cuando $\theta = 1$, una condición necesaria para que la política de no liquidación sea óptima es

$$\widehat{W}(0) \geq \overline{S}. \tag{13}$$

Nótese además que $S(1,K) = \overline{S} + \overline{q}dK$ y $\widehat{W}(K) = \widehat{W}(0) + dK$ para $K < \frac{K^*}{d}$. Dado que $\overline{q} < 1$, la condición (13) implica que

$$\widehat{W}(K) > S(1,K) \tag{14}$$

para todo $K < \frac{K^*}{d}$. Por tanto, la condición (13) es una condición necesaria y suficiente para que la no-liquidación sea óptima.

Supongamos ahora que la condición (13) no se cumple. Debe entonces ocurrir que la liquidación ocurre con probabilidad positiva en la trayectoria óptima. Comenzamos observando que nunca puede ocurrir que, en la trayectoria óptima, la liquidación ocurra cuando el valor de liquidación es bajo.

Lema 2 *Nunca puede suceder que, a lo largo de la trayectoria óptima, la liquidación ocurra cuando $\theta = 0$.*

La lógica del resultado es la siguiente. Si, en algún período t y nivel de capital K, es óptimo liquidar cuando $\theta = 0$ entonces también será óptimo liquidar cuando $\theta = 1$. Por tanto, en el período t la liquidación ocurre con probabilidad 1. Esto a su vez conlleva, al ser $\underline{q} < \overline{q} < 1$, que la inversión óptima en $t-1$ debe ser cero. Si fuera óptimo realizar una inversión positiva, también lo sería en t. Esto no puede ocurrir nunca en la trayectoria óptima, por tanto la única posibilidad es que la empresa sea liquidada en el período 1 cuando el capital es cero. Pero, por el supuesto 3, esto produciría un VAN negativo.

Concluimos que cuando la condición (13) no se cumple y el proyecto es factible, debe ocurrir que la política óptima sea liquidar en algún período t cuando $\theta = 1$, y nunca liquidar cuando $\theta = 0$.

Comentario. Si $S(\theta,K) = S + qK$ (es decir, si el valor de liquidación no depende de θ), la política de *first best* debe ser no liquidar nunca. Del Lema 2 obtenemos que la liquidación no ocurre cuando $\theta = 0$, y si el valor de liquidación no depende de θ, no puede ocurrir tampoco en $\theta = 1$. Por tanto, si el valor de liquidación no depende de θ, los únicos proyectos con VAN positivo son los que satisfacen la condición (13).

El Lema 2 implica que la política óptima es no liquidar nunca o liquidar sólo cuando $\theta = 1$. Consideremos el intervalo de valores de capital $\left[0, \frac{K^*}{d}\right]$ (nunca será óptimo tener más capital que $\frac{K^*}{d}$). En este intervalo, la función $\widehat{W}(K)$ es lineal en K, con pendiente d; mientras que la función $S(1, K)$ es lineal con pendiente $\overline{q}d$, más pequeña que d por que hemos supuesto que $\overline{q} < 1$. Por tanto, si no se cumple (13), existe un valor K^+ tal que

$$\widehat{W}(0) + dK^+ = \overline{S} + \overline{q}dK^+,$$

es decir,

$$K^+ = \frac{\overline{S} - \widehat{W}(0)}{d(1-\overline{q})}.$$

Finalmente, definamos K^{**} como el valor de capital que resuelve la ecuación

$$pR'(K^{**}) = 1 - \delta d(p\overline{q} + (1-p)). \tag{15}$$

Obtenemos el siguiente resultado:

Lema 3 *Supongamos $K^+ \geq K^{**}$. Si el proyecto tiene un VAN positivo y la condición (13) no se cumple, la política óptima requiere continuación siempre que $\theta_{t-1} = 0$ y liquidación siempre que $\theta_{t-1} = 1$. La política de inversión óptima es alcanzar el nivel de capital K^{**} en cada período. Si $K^+ < K^{**}$, la liquidación sólo ocurrirá si $\theta_0 = 1$.*

Puede parecer extraño que la empresa se liquide sólo después de un shock favorable, mientras que continúa después de un shock desfavorable. Una interpretación puede ser que el valor residual S es realmente el valor de reventa del proyecto. El proyecto es comenzado por un empresario y, si tiene éxito, puede venderse a una empresa mayor que es capaz de aprovecharlo mejor. Por otro lado, si el proyecto tiene sólo un éxito moderado, la mejor decisión para el empresario será mantenerlo en funcionamiento hasta que tenga más éxito.

Para referencia futura, calculamos el valor de la empresa cuando la liquidación en $\theta = 1$ es óptima. Tenemos

$$W(0,0) = pR(K^{**}) - K^{**} + \delta\left(p\left(\overline{S} + \overline{q}dK^{**}\right) + (1-p)W(0, K^{**})\right)$$

y

$$W(0, K^{**}) = pR(K^{**}) - (1-d)K^{**} + \delta\left(p\left(\overline{S} + \overline{q}dK^{**}\right) + (1-p)W(0, K^{**})\right).$$

Resolviendo para $W(0, K^{**})$ obtenemos

$$W(0, K^{**}) = \frac{pR(K^{**}) - (1-d)K^{**}}{1-\delta(1-p)} + \frac{\delta p\left(\overline{S} + \overline{q}dK^{**}\right)}{1-\delta(1-p)}, \tag{16}$$

de forma que

$$W(0,0) = \frac{pR(K^{**}) - K^{**} + \delta p\left(\overline{S} + \overline{q}dK^{**}\right)}{1-\delta(1-p)} + \frac{\delta(1-p)d}{1-\delta(1-p)}K^{**}, \tag{17}$$

Resumimos los resultados en la siguiente proposición.

Proposición 4 *Cuando no hay problemas de agencia la política de inversión óptima puede ser caracterizada como sigue.*

1. *Si se cumple la condición (13), la empresa elegirá en el período 1 el nivel K^* definido en (10) y nunca se liquidará. En los siguientes períodos la inversión reemplaza el capital depreciado, esto es, $I_t = (1-d)K^*$.*

2. *Si no se cumple la condición (13) y $K^+ \geq K^{**}$, se liquidará la empresa siempre que $\theta_{t-1} = 1$, y en caso contrario se elegirá la inversión necesaria para alcanzar el nivel $K^{**} < K^*$ definido en (15). Por tanto, $I_1 = K^{**}$ si $\theta_0 = 0$, y en los siguientes períodos $I_t = (1-d)K^{**}$, cuando $\theta_{t-1} = 0$.*

3. *Si no se cumple la condición (13) y $K^+ < K^{**}$, se liquidará la empresa en el período 1 si $\theta_0 = 1$. Si $\theta_0 = 0$, la empresa invertirá K^*, mantendrá el nivel de capital constante y nunca se liquidará.*

En el siguiente apartado comenzamos el análisis de la política óptima con información incompleta.

3 Contratos Eficientes con Información Incompleta

Comenzamos recordando al lector la línea temporal cuando la información no es completa. Al comienzo del período t se toma una decisión de liquidación o continuación. La elección estará basada en los valores de la historia previa h_{t-1}, incluyendo en particular el último mensaje $\widehat{\theta}_{t-1}$. Denotamos por ℓ_t esta decisión, y $\Pr(\ell_t = L) = \alpha_t(h_{t-1})$. El valor de α_t es dictado por el contrato.

Si la decisión es *liquidar*, el valor residual será $S_t = S(\theta_{t-1}, K_{t-1})$. El empresario obtendrá $Q_t(h_{t-1}, S_t)$ y el acreedor $S_t - Q_t(h_{t-1}, S_t)$. Si la decisión es *continuar* el acreedor decide el nivel de inversión $I_t(h_{t-1})$, de forma que el nuevo nivel de capital será $K_t = dK_{t-1} + I_t(h_{t-1})$. Tanto Q_t como I_t son determinados por el contrato. Después de que se haya hecho la inversión, se realiza la producción y el directivo observa $\theta_t R(K_t)$ y anuncia $\widehat{\theta}_t$. Por simplificar, imaginaremos que esto pasa en la mitad del período t. El anuncio cambiará los siguientes elementos:

1. El pago al acreedor en el período t, $\tau_t\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$. En particular, $\tau_t(0, h_{t-1}) \leq 0$ por causa de la responsabilidad limitada.

2. La probabilidad de liquidación al comienzo del período $t+1$, $\alpha_{t+1}(h_t)$ y el pago $Q_{t+1}(h_t, S_{t+1})$ en caso de liquidación, donde h_t incluye ahora el mensaje $\widehat{\theta}_t$ y S_{t+1} se observa al liquidar la empresa, siendo dependiente del valor real θ_t.

3. La inversión $I_{t+1}(h_t)$ al comienzo del período $t+1$, si la empresa no se liquida.

Denotaremos como $\widetilde{V}(h_{t-1})$ el valor de la empresa para el empresario al comienzo del período t después de la historia h_{t-1}, cuando no se conoce θ_t. A veces abusaremos ligeramente de la notación y escribiremos $\widetilde{V}\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$ en lugar de $\widetilde{V}(h_t)$, donde $h_t = \left(h_{t-1}, \left(C, I_t, \widehat{\theta}_t\right)\right)$, para indicar el valor de la empresa al comienzo del período $t+1$. Además, definimos la función $\widehat{V}\left(\theta_t, \widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$ como el valor de la empresa para el empresario en medio del período t después de la historia h_{t-1} y tras observar θ_t y anunciar $\widehat{\theta}_t$ (nótese que este valor es calculado teniendo en cuenta que al comienzo del período t la decisión fue continuar y sabiendo la inversión realizada al comienzo del período t). También usaremos la notación simplificada $V(\theta_t, h_{t-1}) = \widehat{V}(\theta_t, \theta_t, h_{t-1})$ para indicar el valor cuando el empresario da un mensaje verdadero. Tomando nuestras definiciones, si el contrato satisface la compatibilidad de incentivos (de forma que el empresario anuncie el verdadero valor de θ_t) tenemos que

$$\widetilde{V}(h_{t-1}) = \alpha_t Q_t + (1-\alpha_t)\left[pV(1, h_{t-1}) + (1-p)V(0, h_{t-1})\right], \qquad (18)$$

donde α_t es una función de h_{t-1} y Q_t es función de h_{t-1} y S_t. Las funciones $\widehat{V}\left(\theta_t, \widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$ y $V(\theta_t, h_{t-1})$ se pueden expresar como

$$\widehat{V}\left(\theta_t, \widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right) = \theta_t R(dK_{t-1} + I_t) - \tau\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right) + \delta\widetilde{V}\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$$

y

$$V(\theta_t, h_{t-1}) = \theta_t R\left(dK_{t-1} + I_t\right) - \tau\left(\theta_t, h_{t-1}\right) + \delta\widetilde{V}\left(\theta_t, h_{t-1}\right), \qquad (19)$$

donde I_t es una función de h_{t-1}. La restricción de compatibilidad de incentivos es

$$V\left(\theta_t, h_{t-1}\right) \geq \widehat{V}\left(\theta_t, \widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right) = \theta_t R\left(K_t\right) - \tau\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right) + \delta\widetilde{V}\left(\widehat{\theta}_t, h_{t-1}\right)$$

para cada par $\left(\theta_t, \widehat{\theta}_t\right)$. Como la responsabilidad limitada conlleva que $\tau\left(0, h_{t-1}\right) \leq 0$, debe haber historias h_{t-1} tales que el empresario pague una cantidad estrictamente positiva cuando $\theta_t = 1$ (si no, no se cumpliría la restricción de participación del acreedor). Por tanto, la restricción de incentivos es limitante cuando $\theta_t = 1$. Para convencer al empresario de que informe de $\widehat{\theta}_t = 1$ cuando éste es el verdadero estado de la naturaleza, se tiene que satisfacer la restricción de compatibilidad de incentivos

$$V\left(1, h_{t-1}\right) \geq R\left(K_t\right) + \delta\tilde{V}\left(0, h_{t-1}\right). \qquad (20)$$

Nótese que hemos supuesto que $\tau\left(0, h_{t-1}\right) = 0$. La razón es que pagar valores negativos (equivalentes a dar dinero extra al empresario cuando anuncia $\theta = 0$) nunca serán óptimos ya que sólo empeoran el problema de incentivos. Obsérvese también que, como

$$V\left(1, h_{t-1}\right) = R\left(K_t\right) - \tau\left(1, h_{t-1}\right) + \delta\tilde{V}\left(1, h_{t-1}\right)$$

la condición (20) es equivalente a

$$\tau\left(1, h_{t-1}\right) \leq \delta\left(\tilde{V}\left(1, h_{t-1}\right) - \tilde{V}\left(0, h_{t-1}\right)\right). \qquad (21)$$

Usaremos esta forma de la restricción de compatibilidad de incentivos cuando adoptemos una representacion recursiva del contrato óptimo en la siguiente sección.

3.1 El Valor de la Empresa y el Valor de las Acciones

Podemos dar al problema una formulación recursiva. Sea $V = \widetilde{V}(h)$ el valor esperado prometido al empresario al comienzo del período después de la historia h. Como el acreedor tiene riqueza ilimitada, puede obtenerse cualquier cantidad de fondos propios V no negativa simplemente liquidando el proyecto y pagando al deudor $Q = V$. Nótese que esto es verdad independientemente de la historia h. Por otro lado, los valores negativos no pueden ser implementados debido a la responsabilidad limitada del deudor. Por tanto, el conjunto de valores que V puede tomar es $[0,+\infty)$. Desde ahora, sin pérdida de generalidad supondremos que la política a seguir depende de la historia h_{t-1} sólo a través del valor prometido de las acciones V y del nivel acumulado de capital K. Introducir variaciones adicionales en la historia observada a lo largo de la trayectoria de equilibrio no puede aumentar el valor de la empresa (véase Spear y Srivastava (1987) para una justificación del enfoque recursivo en problemas de riesgo moral dinámico).

Denotemos ahora por $W(\theta,V,K)$ el valor de la empresa cuando el estado de la naturaleza en el período previo es θ, el capital heredado del período previo es K y hay que dar un valor V al empresario.[3] El valor de la empresa $W(\theta,V,K)$ debe cumplir la siguiente ecuación funcional

$$W(\theta,V,K)=\max_{\alpha,K^n,\tau,Q,V^H,V^L}\quad \alpha S(\theta,K)+$$
$$+(1-\alpha)\left[pR(K^n)-(K^n-dK)+\delta\left(pW\left(1,V^H,K^n\right)+(1-p)W\left(0,V^L,K^n\right)\right)\right] \tag{22}$$

sujeta a

$$V=\alpha Q+(1-\alpha)\left[p\left(R(K^n)-\tau\right)+\delta\left(pV^H+(1-p)V^L\right)\right] \tag{23}$$

$$\tau\leq\delta\left(V^H-V^L\right) \tag{24}$$

$$\tau\leq R(K^n). \tag{25}$$

$$0\leq\alpha\leq1,\ K^n\geq dK,\ Q\geq0,\ V^H\geq0,\ V^L\geq0. \tag{26}$$

Donde V^L y V^H son los nuevos niveles de las acciones prometidos al empresario cuando anuncia $\theta=0$ y $\theta=1$ respectivamente, τ es la cantidad pagada por el empresario cuando anuncia $\theta=1$, K^n es el nuevo nivel de capital (dado por $K^n=dK+I$), la restricción (23) es la restricción necesaria para cumplir la promesa de V, la restricción (24) es la forma que la restricción de compatibilidad de incentivos (21) toma bajo una formulación recursiva y la restricción (25) es la condición de responsabilidad limitada. Finalmente, (26) reúne las restricciones de factibilidad. Nótese que la restricción $K^n\geq dK$ es equivalente a la condición de que la inversión debería ser no negativa, ya que la inversión es $I=K^n-dK$.

[3] Nótese que en el caso de información completa el valor de la empresa no depende de V; esto es porque en la sección previa el valor de la empresa era obtenido por una función $W(\theta,K)$.

El problema de obtener la función de valor $W(\theta, V, K)$ puede descomponerse en dos partes. Primero, podemos calcular el valor de la empresa cuando la continuación es impuesta. En segundo lugar, una vez que ese valor ha sido calculado, podemos usar el valor de continuación y el de liquidación para obtener la política de liquidación óptima.

Sea $W_c(V_c, K)$ el valor más alto de la empresa que puede alcanzarse cuando se impone continuación, el nivel de capital es K y se le promete al empresario un valor de sus acciones de V_c. Por tanto, $W_c(V_c, K)$ se obtiene resolviendo el problema

$$W_c(V_c, K) = \max_{K^n, \tau, V^H, V^L} \quad pR(K^n) - (K^n - dK) + \delta\left(pW\left(1, V^H, K^n\right) + (1-p)W\left(0, V^L, K^n\right)\right) \tag{27}$$

sujeto a

$$V_c = p(R(K^n) - \tau) + \delta\left(pV^H + (1-p)V^L\right) \tag{28}$$

$$\tau \leq \delta\left(V^H - V^L\right), \qquad \tau \leq R(K^n) \tag{29}$$

$$K^n \geq dK, \quad V^H \geq 0, \quad V^L \geq 0. \tag{30}$$

Nótese que $W_c(V_c, K)$ se calcula tomando la función $W(\theta, V, K)$ como dada. Una vez que conocemos la función W_c, podemos reescribir el problema de maximización de la siguiente forma:

$$W(\theta, V, K) = \max_{\alpha, Q, V_c} \alpha S(\theta, K) + (1-\alpha) W_c(V_c, K) \tag{31}$$

sujeto a

$$V = \alpha Q + (1-\alpha) V_c$$

$$Q \geq 0,\ V_c \geq pR(dK),\ \alpha \geq 0,\ 1 \geq \alpha$$

donde $S(\theta, K) = S(\theta) + q(\theta) dK$. La restricción $V_c \geq pR(dK)$ proviene del hecho de que, una vez que es impuesta la continuación, el empresario puede siempre obtener un valor de al menos $pR(dK)$ anunciando $\widehat{\theta} = 0$ sin importar cuál sea el valor verdadero de θ. Por tanto, es imposible dar al empresario un valor inferior a $pR(dK)$ cuando la empresa no se liquida al comienzo del período. De hecho, la definición de V_c, obtenida en (28) y la restricción $\tau \leq \delta\left(V^H - V^L\right)$ implican

$$V_c \geq pR(K^n) + \delta V^L.$$

Como $K_n \geq dK$ y $V^L \geq 0$, resulta que $V_c \geq pR(dK)$. Resultados estándar en programación dinámica implican que la solución de la ecuación funcional

(31) es única (véase Quadrini (2004) para más detalles). La tarea restante es caracterizar las propiedades de las funciones W_c y W y de la política óptima.

Inspeccionando el problema (31) podemos hacer unas primeras observaciones sencillas. En primer lugar, para cada par (V, K) tenemos que $W(1, V, K) \geq W(0, V, K)$. Para ver esto, obsérvese que el conjunto de restricciones no se ve afectado por el valor de θ, mientras que la función objetivo depende de θ sólo como parte de $S(\theta, K)$. Como $S(1, K) > S(0, K)$, resulta que $W(1, V, K) \geq W(0, V, K)$. Esta desigualdad será estricta sólo si la política óptima requiere $\alpha(1, V, K) > 0$. En segundo lugar, es obvio que siempre que la política óptima requiera $\alpha(\theta, V, K) = 0$ para cada θ tendremos que $W(\theta, V, K) = W_c(V, K)$. En tercer lugar, si $V = 0$ debe ocurrir que la política óptima determina que $\alpha = 1$ y $Q = 0$. Si $\alpha < 1$ el empresario deberá recibir al menos $pR(dK)$ con probabilidad positiva. Si $K > 0$, esto implica que $V_c > 0$ que, junto con $\alpha < 1$, contradice $V = 0$. Si $K = 0$ entonces la única forma de garantizar $V = 0$ cuando $\alpha < 1$ es fijar un valor $I = 0$ para cada período futuro. Esto no puede ser óptimo porque está dominado por la liquidación inmediata. Nótese que esto implica $W(\theta, 0, K) = S(\theta, K)$.

La siguiente proposición establece más resultados sobre las funciones W y W_c.

Proposición 5 *Para cada (θ, K) las funciones $W(\theta, V, K)$ y $W_c(V_c, K)$ satisfacen las siguientes propiedades.*

1. *$W_c(\cdot, K)$ está definida en el intervalo $[pR(dK), +\infty)$ y es no-decreciente, cóncava y diferenciable.*

2. *$W(\theta, \cdot, K)$ está definida en el intervalo $[0, +\infty)$ y es no-decreciente, cóncava y siempre diferenciable excepto como mucho en el punto $V = pR(dK)$. Para cada (θ, K) hay un valor $V_{(\theta,K)}$ tal que la función W es lineal en V en el intervalo $\left[0, V_{(\theta,K)}\right]$ y $V_{(1,K)} > V_{(0,K)}$.*

3. *Existe V^* tal que $W(\theta, V, K)$ es igual al valor óptimo con información completa (*"first best"*) para cada $V \geq V^*$.*

La proposición (5) muestra que los resultados de Clementi y Hopenhayn (2006) y Quadrini (2004) continúan cumpliéndose (con las modificaciones obvias) cuando el capital es durable y el valor de liquidación es estocástico: Para un K dado, el valor de la empresa es creciente y cóncavo en el valor de las acciones y alcanza el *first best* cuando el valor de las acciones es suficientemente alto. La demostración sigue esencialmente sus pasos. La parte lineal de la función de valor corresponde al caso en el que la liquidación ocurre con probabilidad positiva. La diferencia es que los valores umbral (*thresholds*) por debajo de los cuales la liquidación ocurre ahora dependen de θ y K.

La siguiente proposición trata de cómo varía W con respecto a K. En principio, uno podría esperar que un valor más alto de K debería aumentar el valor de la empresa, ya que aumenta tanto el valor de liquidación como la cantidad producida en caso de continuación. Sin embargo, hay un efecto compensatorio. Si observamos las restricciones de factibilidad de (26), vemos que un aumento de K reduce el conjunto factible. Nótese sin embargo que el problema sólo aparece cuando K es suficientemente alto. Para valores bajos de K la función $W(\theta, V, K)$ es creciente en K.

Un resultado sencillo que podemos obtener es que cuando el nivel de capital es bajo, la función $W_c(V, K)$es lineal en K. Esto resulta del hecho de que para un valor dado de V el valor óptimo de capital K^n no depende del valor inicial de K, a condición de que este valor sea lo suficientemente pequeño como para que la restricción $K^n \geq dK$ no sea limitante. La siguiente proposición precisa este resultado.

Proposición 6 *Las funciones $W(\theta, V, \cdot)$ y $W_c(V, \cdot)$ cumplen las siguientes propiedades.*

1. *Para cada V hay un valor K_V tal que $W_c(V, K) = W_c(V, 0) + dK$ para $K \leq \frac{K_V}{d}$.*
2. *$\frac{\partial W(\theta,V,K)}{\partial K} \leq d$ para cualquier valor en el que la derivada esté bien definida.*
3. *$W(\theta, V, \cdot)$ está definida en el intervalo $[0, +\infty)$ y es diferenciable en casi todos los puntos. Si $V > pR(dK)$ y se observa K en la trayectoria óptima, entonces $W(\theta, V, K)$ es creciente en K.*

El nivel K_V se obtiene como el nivel óptimo de inversión cuando el capital inicial es cero y el valor de las acciones prometido al empresario es V. Cuando $K < \frac{K_V}{d}$ la restricción $K^n \geq dK$ no es limitante, por lo que niveles más altos de capital no cambian la solución excepto por una reducción de la cantidad de inversión necesaria para alcanzar la cantidad optima de capital. Por tanto, el valor de la empresa en este rango es lineal en K y dado por $W_c(V, K) = W_c(V, 0) + dK$. En general la función W puede aumentar como mucho a una tasa d, cuando no se liquida la empresa y la restricción $K^n \geq dK$ es no limitante, o $dq(\theta) \leq d$ cuando se liquida la empresa, lo que explica el punto 2. Nótese sin embargo que en general no es posible establecer si la función de valor es creciente o cóncava en K.

3.2 ¿Es Alcanzable el *First Best*?

La primera pregunta que nos gustaría plantearnos es si el *first best* es implementable. Con más precisión, nos gustaría saber si es posible asignar un valor V al empresario en el período cero tal que se lleva a cabo la política del *first best* y el contrato satisface las restricciones de racionalidad individual para el acreedor y el empresario.

Comenzamos con el siguiente resultado. Recuérdese que K^* es el nivel de capital del *first best* cuando la liquidación nunca es óptima.

Proposición 7 *Supongamos que la liquidación no ocurre en el* first best. *Entonces, la política del* first best *es alcanzable si y sólo si* $V \geq \frac{pR(K^*)}{1-\delta}$.

Una implicación de la proposición es que el nivel inicial de capital no es importante para alcanzar el *first best*. Independientemente del nivel de capital, se puede conseguir el *first best* a condición de que el valor de las acciones sea suficientemente alto. Por tanto, si en algún momento dado en el tiempo el valor V llega a $\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$ entonces desde ese punto en adelante el contrato óptimo implementará la política del *first best*.

Otra implicación es que el *first best* no puede ser alcanzado en el período 0. Como el valor del proyecto bajo la política del *first best*, dada por (11), es

$$W^*(0) = \frac{pR(K^*) - (1 - d\delta) K^*}{1-\delta} < \frac{pR(K^*)}{1-\delta},$$

un contrato que asigne $V \geq \frac{pR(K^*)}{1-\delta}$ en el período 0 violaría la restricción de racionalidad individual para el acreedor. Nótese sin embargo que se puede llegar al valor $\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$ después de una secuencia de shocks positivos.

Supongamos ahora que la política del *first best* requiere mantener un nivel K^{**}, obtenido resolviendo la ecuación (15), siempre que $\theta_{t-1} = 0$ y liquidar la empresa al comienzo del período t siempre que $\theta_{t-1} = 1$. ¿Puede implementarse esta política de *first best*? En este caso, para cada historia h_{t-1} tal que el nivel seleccionado de capital en el período t sea K^{**}, tenemos

$$V(1, h_{t-1}) = R(K^{**}) - \tau(1, h_{t-1}) + \delta Q^* \tag{32}$$

donde Q^* es la parte del valor de liquidación que recibe el empresario cuando se liquida la empresa después de la historia h_{t-1} y el valor de liquidación es $\overline{S} + \overline{q}dK^{**}$. La condición de compatibilidad de incentivos en la trayectoria óptima es

$$V(1, h_{t-1}) \geq R(K^{**}) + \delta\widetilde{V}(0, h_{t-1}). \tag{33}$$

Utilizando (33) y la definición de $V(1, h_{t-1})$, la restricción de compatibilidad de incentivos se convierte en

$$\delta Q^* \geq \tau(1, h_{t-1}) + \delta\widetilde{V}(0, h_{t-1}). \tag{34}$$

Como la desigualdad tiene que ser cierta después de cada historia h_{t-1} tal que se alcance el nivel de capital K^{**}, podemos limitar nuestra atención a políticas estacionarias en las que los valores sólo dependan del anuncio $\widehat{\theta}_t$ (nótese que cuando intentamos determinar si el nivel de capital del *first best* es implementable inmediatamente sólo las historias en las que se elige K^{**} son relevantes). Por tanto, llamemos $V^*(\theta) = V(\theta, h_{t-1})$ y $\widetilde{V}^*(0) = \widetilde{V}(0, h_{t-1})$. Entonces la desigualdad (34) se puede escribir como

$$\delta Q^* - \tau \geq \delta\widetilde{V}^*(0). \tag{35}$$

Bajo una política estacionaria, la ecuación al comienzo de un período en el que $\theta = 0$ resulta

$$\widetilde{V}^*(0) = pV^*(1) + (1-p)V^*(0).$$

Además, como hemos supuesto que $\tau(0) = 0$ obtenemos

$$V^*(0) = \delta\widetilde{V}^*(0).$$

Esto implica

$$(1 - \delta(1-p))\widetilde{V}^*(0) = pV^*(1) \tag{36}$$

y combinando esto con (33), resulta

$$\widetilde{V}^*(0) \geq \frac{p}{1-\delta}R(K^{**}). \tag{37}$$

Finalmente, (35) implica

$$\delta Q^* - \tau \geq \frac{\delta p}{1-\delta}R(K^{**}).$$

Para minimizar el coste para el acreedor, deberían elegirse Q^* y τ de forma que la condición se cumpliera con igualdad. Entonces, el mínimo valor que es necesario dar al empresario para satisfacer la restricción de compatibilidad de incentivos cuando el nivel de capital es K^{**} será

$$\begin{aligned}\tilde{V}^*(0) = pV^*(1) + \delta(1-p)\tilde{V}^*(0) = \\ = \frac{pR(K^{**})}{1-\delta},\end{aligned}$$

donde la última igualdad resulta de (32) y (35) con igualdad.

En el período cero, como no hay producción, el valor del empresario es simplemente el valor esperado del siguiente período descontado. Bajo la política óptima, la liquidación ocurre cuando $\theta = 1$ y la continuación cuando $\theta = 0$. Por tanto, tenemos

$$\begin{aligned} V &= \delta\left(p\tilde{V}^*(1) + (1-p)\tilde{V}^*(0)\right) \\ &= \delta\left(pQ^0 + (1-p)\tilde{V}^*(0)\right), \end{aligned}$$

donde Q^0 es la suma pagada al empresario cuando $\theta_0 = 1$ y se liquida inmediatamente la empresa en el período 1.

La compatibilidad de incentivos en $t = 0$ implica

$$Q^0 \geq \tilde{V}^*(0),$$

por lo que el valor mínimo que se puede dar al empresario en $t = 0$ es

$$V = \frac{\delta pR(K^{**})}{1-\delta}.$$

El valor del proyecto bajo la política del *first best* cuando el capital es cero es

$$W^* = \delta\left(p\overline{S} + (1-p)W(0,0)\right).$$

donde $W(0,0)$ toma el valor dado por (17).

La racionalidad individual para el acreedor requiere

$$W^* - V \geq M_L$$

Esta condición puede en principio cumplirse. Supongamos por ejemplo que $M_B = 0$ y $M_L = A$. Entonces se puede alcanzar el *first best* si

$$\delta\left(p\overline{S} + (1-p)W(0,0)\right) - A \geq \delta\frac{pR(K^{**})}{1-\delta}.$$

Utilizando el valor de $W(0,0)$ dado en (17) obtenemos

$$p\overline{S} - (1-\delta(1-p))A \geq p\frac{pR(K^{**})}{1-\delta} + (1-p)(1-\delta d(p\overline{q} + (1-p)))K^{**}$$

En general, la condición se cumplirá cuando $\overline{S}$ y $\overline{q}$ sean suficientemente grandes o cuando K^{**} sea suficientemente bajo. Por tanto, valores de liquidación altos hacen que la implementación del *first best* sea posible. La lógica es la siguiente. La compatibilidad de incentivos requiere que, cuando $\theta_t = 1$, el empresario prefiera decir la verdad antes que robar $R(K^{**})$. Cuando el anuncio de $\theta_t = 1$ conduce a liquidar en el siguiente periodo, el empresario dirá la verdad si la compensación en caso de liquidación es suficientemente alta. Por otro lado, la racionalidad individual del acreedor también requiere suficiente compensación en caso de liquidación. Los dos objetivos son compatibles cuando el valor de liquidación es suficientemente alto comparado con lo que puede robarse en el período actual, esto es, cuando $\overline{S}$ y $\overline{q}$ hacen que el valor de liquidación sea suficientemente alto o cuando un nivel bajo de K^{**} hace que robar no sea particularmente atractivo. Por último, observamos que la condición de racionalidad individual para el acreedor es más fácil de satisfacer cuanto más alto sea el capital inicial M_B del empresario.

3.3 La Política de Liquidación Óptima

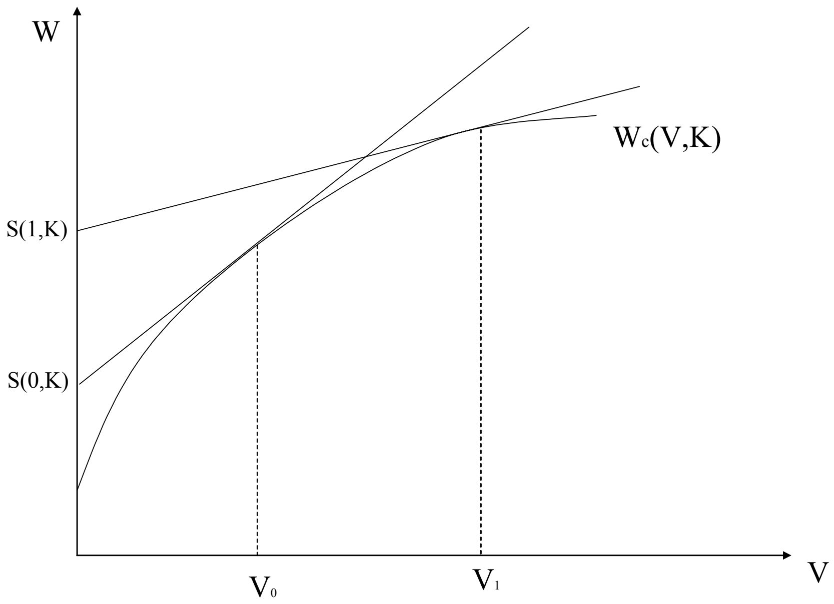
Para un valor dado de K y θ, el conjunto de valores para V puede dividirse en tres regiones $[0, V_0)$, $[V_0, V_1]$ y $(V_1, +\infty)$ con las siguientes características.

- Cuando $V \in [0, V_0)$, se liquidará la empresa con probabilidad $\underline{\alpha} = 1 - \frac{V}{V_0}$ cuando $\theta = 0$ y con probabilidad $\overline{\alpha} = 1 - \frac{V}{V_1}$ cuando $\theta = 1$.
- Cuando $V \in [V_0, V_1]$, la empresa no se liquidará cuando $\theta = 0$ y sí lo hará con probabilidad $\overline{\alpha} = 1 - \frac{V}{V_1}$ cuando $\theta = 1$.
- Cuando $V > V_1$ nunca se liquidará la empresa.

Nótese que los valores de V_0 y V_1 dependen de K. Conforme K aumenta, las tres funciones $W_c(V, K)$, $S(0, K)$ y $S(1, K)$ se desplazan hacia arriba, por lo que en principio V_0 y V_1 pueden cambiar en cualquier dirección. Obsérvese también que a veces para $\theta = 1$ es óptimo liquidar con probabilidad 1. En ese caso, $V_1 = +\infty$, y V_0 no está definido.

La figura 1 nos muestra el caso en el que la liquidación no es deseable (con esto queremos decir que para un valor suficientemente alto de V la liquidación no ocurre). En este caso, el área de liquidación es $[0, V_0]$ cuando $\theta = 0$, y $[0, V_1]$

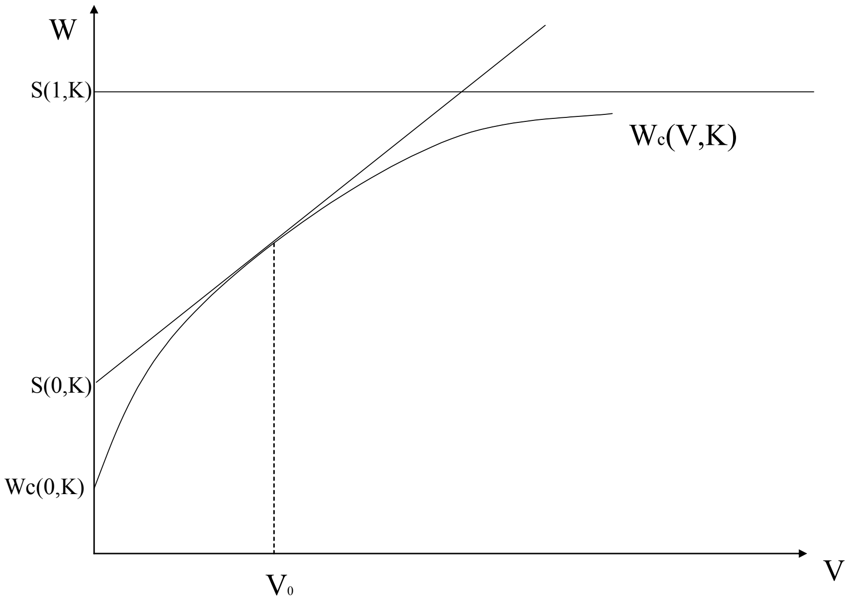
cuando $\theta = 1$. La liquidación es más probable cuando $\theta = 1$ ya que en ese caso la liquidación es menos costosa.



(1)

Áreas de liquidación cuando ésta no es deseable

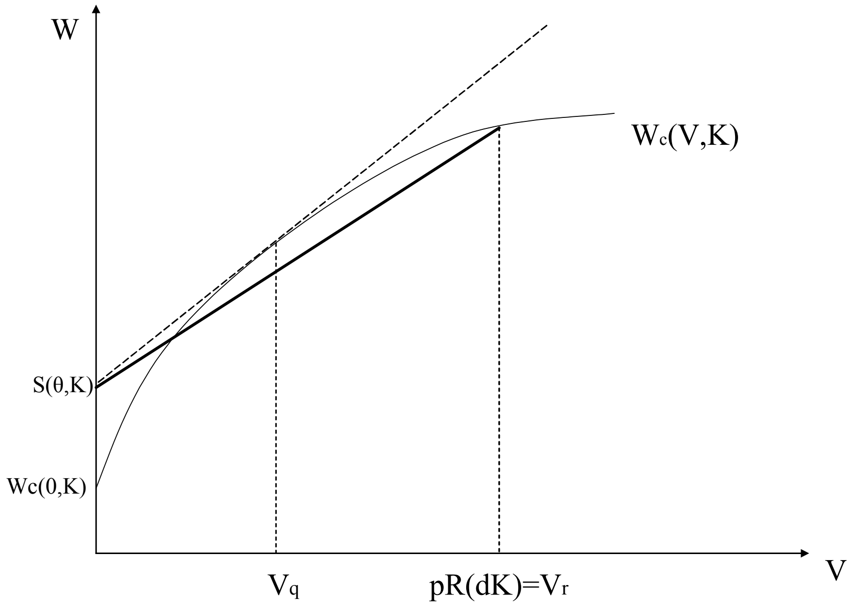
La figura 2 muestra el caso en el que la liquidación ocurre con probabilidad 1 cuando $\theta = 1$. En este caso, la liquidación inmediata es preferible a la continuación para cualquier valor V, es decir, $S(1,K) > W_c(V,K)$ para todo V. En este caso $V_{(1,K)} = +\infty$ y la función de valor es $W(1, V, K) = S(1, K)$.



Áreas de liquidación cuando ésta es deseable

(2)

Finalmente, la figura 3 muestra la situación en la que la restricción $V_c \geq pR(dK)$ es limitante. Dibujamos la función cóncava $W_c(V_c, K)$ para todo valor de V_c, es decir, ignorando la restricción $V_c \geq pR(dK)$. Sin embargo, una vez que la restricción se tiene en cuenta la función sólo está definida para $V_c \geq pR\,(dK)$.F



Cuando el valor de continuación es $pR\,(dK)$ en caso de liquidación .

(3)

Cuando el valor de K es bajo, digamos $K = 0$, entonces la función W en el intervalo $[0, V_q]$ se obtiene asignando una probabilidad α de liquidación cuando el valor de las acciones a entregar es V, donde $\alpha = 1 - \frac{V}{V_q}$. El punto V_q es el punto de la línea tangente a W_c que pasa a través de $S\,(\theta, K)$. Cuando K es alto el valor V_q puede ser menor que $pR\,(dK) = V_r$, que es el valor mínimo que se puede dar al empresario en caso de continuación. Por tanto, en este caso la función de valor es lineal en el intervalo $[0, V_r]$ y se obtiene simplemente uniendo el punto $(0, S\,(\theta, K))$ con el punto $(pR\,(dK)\,, W_c\,(V_r, K))$. Esta es una diferencia importante con respecto al caso en el que el capital no es durable.

Finalmente, supongamos que la política óptima del *first best* es liquidar la empresa siempre que $\theta = 1$. Podemos mostrar que la liquidación con probabilidad 1 ocurre si y sólo si es eficiente.

Proposición 8 *La política óptima del caso de información incompleta determina que $\alpha = 1$ si y sólo si ésta es también la política óptima para el caso de información completa.*

Nótese sin embargo que el lema sólo dice que la liquidación ocurrirá siempre que sea eficiente para un nivel dado de K. No garantiza que el nivel de *first best* de K se alcance realmente bajo la política de inversión óptima de *second-best*.

3.4 La Evolución de la Estructura de Capital

La política de pagos es similar al caso en el que el capital no es durable. Si el valor de la empresa es inferior al del *first best* entonces

$$\tau = R\left(dK + I\right),$$

de modo que no se distribuyen dividendos. La razón es que, si $\tau < R(dK + I)$, podemos aumentar V^H y τ de forma que todas las restricciones se cumplan. Esto resulta en un valor estrictamente más alto para $W(1, V^H, dK + I)$ y, correspondientemente, en un valor actual de la empresa más alto $W(\theta, V, K)$. Como el empresario querrá llegar al umbral $\widetilde{V}(\theta, K^*)$ en el tiempo más corto posible, estará interesado en hacer los pagos $\tau = R(dK+I)$. Al mismo tiempo, podemos observar que

$$R(dK + I) = \delta(V^H - V^L)$$

La razón es que si $R(dK+I) < \delta(V^H - V^L)$, podríamos mejorar el resultado de la empresa aumentando I. Esta igualdad implica que el nivel de inversión está ligado a la diferencia entre los valores de las acciones $(V^H - V^L)$. Aumentar $dK + I$ cumple la compatibilidad de incentivos sólo si también aumenta la diferencia entre estos valores de continuación. Sin embargo, debido a la concavidad de $W(\theta, V, K)$ con respecto a V, hacer esto es costoso. Hay que elegir una solución de compromiso (*trade-off*) porque para que crezcan la inversión y los beneficios, hace falta aumentar también esta diferencia costosa.

Cuando $K < K^*$ los valores V^L y V^H que hacen posible llegar a $\widetilde{V}(\theta, K^*)$ de la forma más rápida posible son:

$$V^L = \frac{V - pR(dK + I)}{\delta}, V^H = \frac{V + (1-p)R(dK + I)}{\delta}$$

con $V^L < V < V^H$. Nótese sin embargo que en este caso los valores V^L y V^H dependen tanto de V como de K.

Como en Clementi y Hopenhayn (2006), puede ser óptimo fijar $\tau < R\left(dK + I\right)$ sólo si el valor V es suficientemente alto.

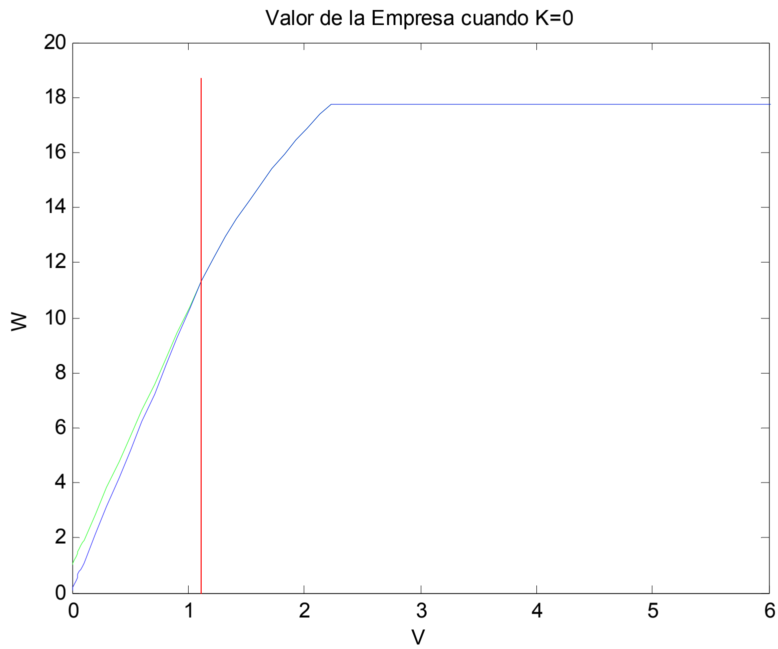
Proposición 9 *Supongamos que la liquidación no ocurre en el* first best. *Si V es suficientemente alta pero menor que $\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$ y K es suficientemente alto, entonces la política de transferencia óptima incluye los pagos de dividendos.*

Los dividendos pueden ser óptimos cuando el valor prometido al empresario V^H puede ser mayor que $\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$. Como el valor de la empresa es constante para $V > \frac{pR(K^*)}{1-\delta}$, es indiferente dar valor al empresario mediante un mayor V^H o con dividendos.

4 Un Ejemplo Numérico

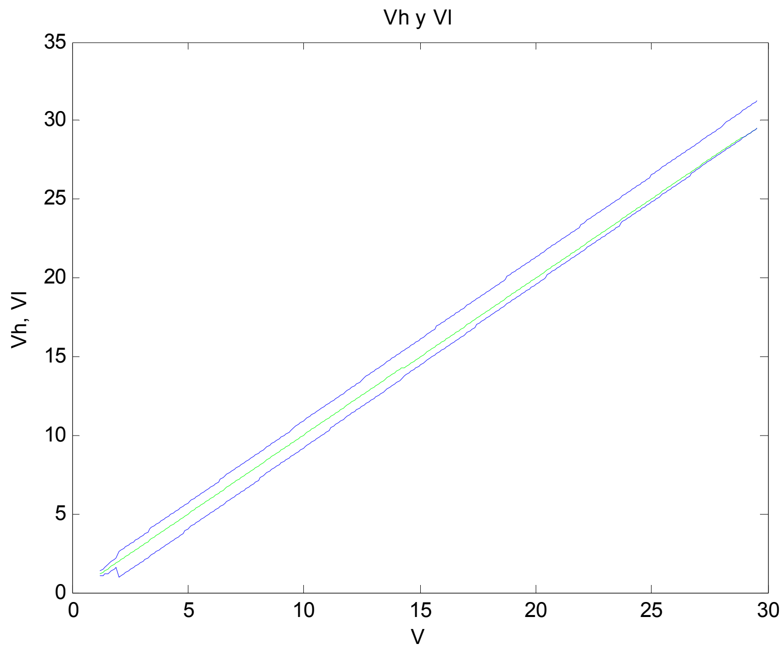
En esta sección proporcionamos algunas simulaciones numéricas para el modelo. Consideramos los valores y funciones $p = 0.7$, $R(K) = K^{0.4}$, $d = 0.9$, $S(1,K) = 1 + 0.9K$, $S(0,K) = 0.1 + 0.2K$. En este caso podemos resolverlo y obtener $K^* = 3.3878$, $W^*(K^*) = 20.8219$ y $\frac{pR(K^*)}{1-\delta} = 29.6214$.

Primero mostramos el valor de la empresa como una función de V cuando $K = 0$, esto es, cuando la empresa acaba de ser creada.



En este caso los valores V_0 y V_1 están fijados en 1.1152, por lo que para $V \leq 1.1152$ hay una probabilidad positiva de liquidación. Para valores mayores que este valor de las acciones la política óptima es continuar y por tanto el valor de la empresa no depende de θ.

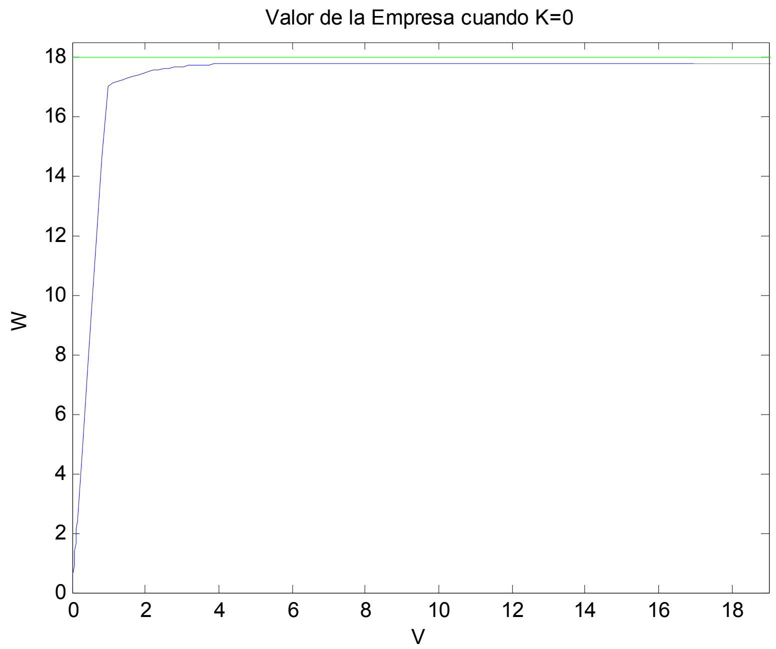
El siguiente gráfico representa la evolución de V^H y V^L como función de V:



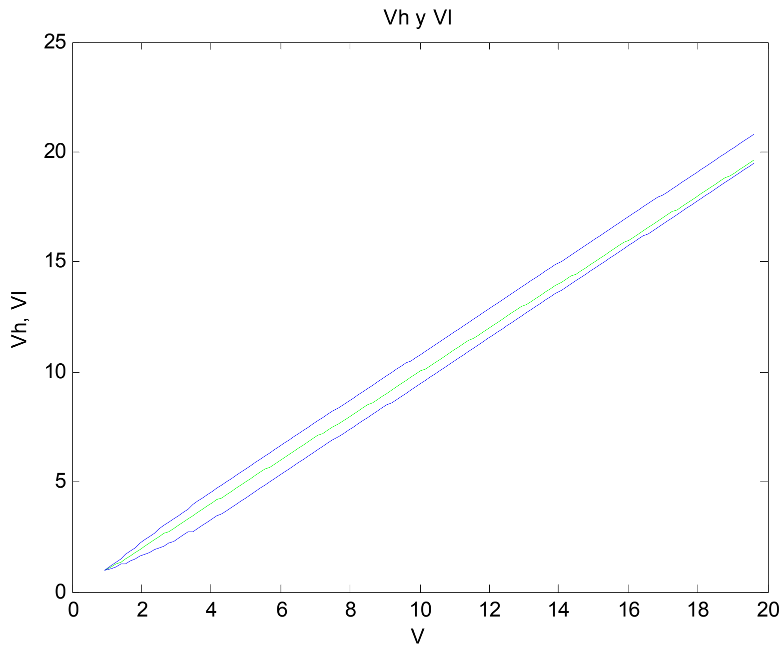
Nótese que para valores de V cercanos a $\frac{pR(K^*)}{(1-\delta)}$ el valor de $V^L(V)$ es muy cercano a V.

Consideremos ahora una parametrización ligeramente diferente en la que la liquidación es siempre óptima cuando $\theta = 1$. Esto se obtiene fijando $S\,(1, K) = 18 + 0.9K$ (es decir, aumentando el valor $\overline{S}$ de 1 a 18) y dejando sin cambiar el resto de valores . En este caso obtenemos $K^* = 3.3878, W^*(K^*) = 20.8219$, $W^*(K^{**}) = 19.4184$, $K^+ = 2.5242$, $K^{**} = 1.8241$. El valor para el que hay una probabilidad positiva de liquidación cuando $\theta = 0$, es $V_0 = 0.9671$, un valor menor que en el caso en el que la liquidación nunca era óptima, mientras que cuando el shock es $\theta = 1$ la política óptima es liquidar siempre. La razón por la que V_0 es menor es que ahora la función $W_c\,(V, K)$ será mayor que en el caso previo, ya que el valor futuro de liquidación cuando $\theta = 1$ es mucho mayor.

El valor de la empresa siempre será igual al valor de liquidación después de un shock positivo pero después de un shock negativo será creciente y cóncava en función de V.



El siguiente gráfico muestra la evolución en este caso de V^H y V^L.



5 Conclusiones

Hemos considerado el problema de financiación de una empresa sujeta a problemas de riesgo moral. El empresario tiene acceso a un proyecto para comenzar una empresa, pero no tiene suficiente dinero para pagar el activo necesario para poner en marcha su actividad. En los siguientes períodos se necesitará capital operativo para que el proyecto funcione. El empresario tiene que pedir dinero a una financiera, con la que firmará un contrato a largo plazo. Sólo el empresario puede observar los resultados del proyecto cada período, y esta asimetría de información hace necesario que el acreedor proporcione incentivos al empresario para que informe correctamente de los resultados. Estos incentivos se dan, igual que en Clementi y Hopenhayn (2006), por medio de una sensibilidad del valor de las acciones al shock actual: el valor de las acciones aumenta después de shocks de ingresos altos y disminuye cuando el shock implica ingresos bajos. Las restricciones de endeudamiento aparecen porque esta diferencia necesaria entre el valor de las acciones es costosa debido a la concavidad del valor total de la empresa como una función del valor de las acciones para el empresario. Para aumentar la inversión y los beneficios, es necesario aumentar esta diferencia costosa. Esta es la razón por la que, cuando la restricción de compatibilidad de incentivos es limitante, el capital operativo financiado por el acreedor es menor que la cantidad óptima. Obviamente, obtenemos que estas restricciones de financiación son menores cuando el empresario tiene algo de dinero inicial para financiar el proyecto. Por tanto, deberíamos observar que las empresas con un nivel de deuda menor son más eficientes, ya que pueden elegir el nivel de inversión óptimo.

Hay varios artículos recientes que estudian el problema de un contrato financiero a largo plazo con información asimétrica. Nosotros hemos añadido a la literatura previa los supuestos más realistas de capital durable y un valor estocástico de liquidación. Es decir, el capital invertido en un año se acumula en el siguiente, con una tasa de depreciación $(1-d)$. Suponemos también que el valor de liquidación depende del nivel de capital acumulado y del shock que ha sufrido la industria. Conforme el nivel de capital acumulado aumenta, lo mismo ocurre con el valor de liquidación. Este valor también será mayor después de un shock bueno que después de uno malo, supuesto que se puede justificar si el shock que sufre la empresa está correlacionado con los shocks de otras empresas en la industria. Para simplificar el análisis, en nuestro modelo el valor de liquidación depende linealmente del capital. De esta forma la constante de la ecuación, S, podría interpretarse como el valor de liquidación que se obtiene al vender el activo inicial, mientras que la pendiente es el precio unitario al que los activos de capital son vendidos. Suponemos que la pendiente es menor de 1 porque el valor de los activos de capital no será tan alto fuera de la empresa como lo es dentro de ella. El capital durable y el valor estocástico de liquidación son supuestos útiles porque nos permiten analizar cómo los problemas de incentivos cambian cuando el tamaño de la empresa cambia (medido este tamaño como el valor de capital acumulado K y el valor prometido de las acciones, V) y hacer predicciones independientes de la probabilidad de liquidación y tamaño.

Obtenemos que en el caso de información completa, la liquidación podría ser óptima si tiene un valor suficientemente grande cuando el shock es bueno. La empresa liquidaría después de un shock positivo y continuaría en el caso contrario. Este resultado difiere de los resultados previos en la literatura, donde la liquidación no era óptima si no había un problema de información asimétrica. La política de inversión es mantener un nivel constante de capital cada año después de un shock malo. Podemos interpretar el hecho de que las empresas sean liquidadas sólo después de un shock favorable suponiendo que S es el valor de reventa del proyecto. El empresario vendería el proyecto a una empresa más grande sólo si se ha tenido éxito.

La liquidación no será óptima en el *first-best* cuando el valor de liquidación sea menor que el valor cuando no se permite liquidación. En este caso, el nivel de capital será también constante y mayor que en el caso previo. Ambos valores óptimos de capital son mayores que el valor obtenido en el *first-best* en Clementi y Hopenhayn (2006). La razón es que en nuestro modelo, el capital aumenta el valor de la empresa no sólo por medio del resultado del período actual sino también por su acumulación en los siguientes años y el valor de liquidación. En el modelo de Clementi y Hopenhayn (2006), la inversión de capital será "desperdiciada" algunos años, porque el shock será malo y el resultado será cero. En nuestro modelo, incluso si los años de shock malo el capital no es útil, ayudará a reducir la inversión futura necesaria y la parte no depreciada que se mantiene será útil en los períodos de buenos shocks. El valor de la empresa con información completa será creciente y lineal en K.

Con información incompleta, podría ser óptima una probabilidad positiva de liquidación incluso si no es óptima en el *first-best.* Esto ocurrirá cuando el contrato óptimo asigne un valor pequeño de las acciones (como hemos dicho antes, para dar incentivos al empresario el valor de las acciones debe disminuir después de un mal shock). Este pequeño valor de las acciones da un mayor valor de la empresa si se implementa a través de una probabilidad positiva de liquidación. Por tanto, existe un valor de las acciones, que depende del shock y del capital acumulado, bajo el cual la probabilidad de liquidación es positiva y el valor de la empresa es lineal en el valor de las acciones. Este valor umbral será mayor para los shocks positivos que para los negativos. Obtenemos también que el valor de la empresa será creciente en el nivel del capital acumulado, K, sólo si este valor es suficientemente bajo. Si no, no está claro cómo será esta relación, porque hay efectos contrarios. Un nivel mayor de K disminuye el conjunto factible, porque hay un valor mínimo de las acciones que ha de prometérsele al empresario cuando continúa la empresa. Este valor mínimo de las acciones depende de K. Otro efecto de esta restricción es que podría aumentar el valor umbral, por encima del óptimo. Esta es una diferencia importante con respecto al caso en el que el capital no es durable.

Otro resultado es que si el valor de liquidación de una empresa es suficientemente grande cuando hay shocks positivos, es posible alcanzar el *first-best* consistente en continuar con la empresa cuando el shock es negativo y liquidar si el shock es positivo. De esta forma, pueden cumplirse las restricciones de compatibilidad de incentivos y de racionalidad individual y se diluyen los problemas de riesgo moral. Este resultado se obtiene también cuando K^{**} es suficientemente bajo, porque en este caso, desviar fondos es menos atractivo. Además, si el caso de información incompleta determina liquidación con probabilidad 1, esto también será la política óptima en el caso de información completa. Cuando la política de información completa es no liquidar nunca, la empresa puede alcanzar el *first-best* sólo si V es suficientemente alto para reducir el problema de incentivos, independientemente del nivel inicial de capital. Por tanto, si en un momento dado el valor de V aumenta suficientemente, desde ese punto en adelante el contrato óptimo implementará la política de *first-best.* Sin embargo, es imposible alcanzar este valor de V en el período 0, cuando el valor del capital inicial es $K_0 = 0$, pero será posible después de una secuencia de shocks positivos.

Finalmente, como en la literatura previa, el acreedor recibirá todos los resultados cuando el shock sea bueno hasta que se llegue al valor de las acciones que implica alcanzar la política óptima. Esta es la forma de llegar más rápido a este umbral, e implica que los dividendos pagados serán cero a lo largo de esta trayectoria. Sin embargo, los dividendos pueden ser óptimos cuando el valor prometido de las acciones para el siguiente período después de un buen shock sea mayor que el umbral. Como después de llegar a este umbral, el valor de la empresa es constante, será indiferente dar valor al empresario por medio de un mayor V^H o de dividendos.

La investigación futura debería extender el análisis a la industria. Teniendo en cuenta que los shocks probablemente afecten a todas las empresas en una industria, aunque a niveles diferentes, este análisis podría otorgarnos algunas predicciones sobre supervivencia, tasas de crecimiento, de entrada y de salida en la industria.

Apéndice

Demostración del Lema 1. Supongamos que la secuencia óptima de inversión requiere $I_t > 0$ y $I_{t+1} = 0$. Sea $\{K_t^*\}_{t=1}^{+\infty}$ la secuencia óptima de capital generada por la serie óptima de inversiones $\{I_t^*\}_{t=1}^{+\infty}$.

Supongamos primero que $I_{t+q} = 0$ para todo $q > 0$. La condición de primer orden para I_t en el período t, dada por (6) implica

$$\sum_{q=0}^{+\infty} (d\delta)^q \, pR' \left(K_{t+q}^*\right) = 1$$

y la condición para I_{t+1}, dada por (7) implica

$$\mu_{t+1} + \sum_{q=0}^{+\infty} (d\delta)^q \, pR' \left(K_{t+1+q}^*\right) = 1.$$

Como $K_{t+q}^* > K_{t+1+q}^*$ para todo $q \geq 0$ y $\mu_{t+1} \geq 0$, la concavidad estricta de R hace que las dos ecuaciones sean incompatibles.

Supongamos ahora que hay un valor $z > 1$ tal que $I_{t+z} > 0$. Entonces, la condición (8) calculada en la trayectoria óptima en t y $t + z - 1$ queda

$$\left(\mu_t - d\delta\mu_{t+1}\right) + pR' \left(K_t^*\right) = 1 - d\delta$$

$$\left(\mu_{t+z-1} - d\delta\mu_{t+z}\right) + pR' \left(K_{t+z-1}^*\right) = 1 - d\delta.$$

Como la inversión es estrictamente positiva en t y $t + z$, tenemos que $\mu_t = \mu_{t+z} = 0$. Por tanto

$$pR' \left(K_t^*\right) = 1 - d\delta + d\delta\mu_{t+1} \geq 1 - d\delta - \mu_{t+z-1} = pR' \left(K_{t+z-1}^*\right).$$

Esto es imposible, ya que $K_{t+z-1}^* = d^{z-1} K_t^* < K_t^*$ y R es estrictamente cóncava. ■

Demostración del Lema 2. Sea t^* el primer período en el que la liquidación ocurre cuando $\theta = 0$, y sea K_{t^*-1} la cantidad de capital al comienzo del momento t^*. Como

$$S\left(1, K_{t^*-1}\right) \geq S\left(0, K_{t^*-1}\right) \geq W_c\left(K_{t^*-1}\right),$$

la empresa debe liquidarse también en el período t^* cuando $\theta = 1$. Por tanto, en el período t^* se liquida con probabilidad 1.

En el período 1, justo después de que la empresa se ha establecido, liquidar en $\theta = 0$ no puede ser óptimo, ya que en ese caso la empresa no sería rentable. Esto implica

$$W_c(0) > \underline{S}. \tag{38}$$

El valor $W_c(0)$ se obtiene bajo el plan de liquidación e inversión óptimo. Nótese que, como la empresa se liquida con probabilidad uno en el período t^*, el plan óptimo supone sólo un número finito de períodos. Consideremos ahora el comienzo del período t^*. La empresa tiene capital acumulado dK_{t^*-1}. Este plan podría ser siempre adoptado en el período cero, con la única diferencia de que en t^* tendrá que invertir $K_{t^*} - dK_{t^*-1}$ en lugar de K_{t^*}. Por tanto, el valor de la continuación en t^* es como mínimo $W_c(0) + dK_{t^*-1}$. Como la liquidación es óptima en $\theta = 0$, obtenemos que

$$\underline{S} + \underline{q}dK_{t^*-1} \geq W_c(0) + dK_{t^*-1}. \tag{39}$$

Las inecuaciones (**??**) y (**??**) son compatibles sólo si $\underline{q} > 1$, pero hemos supuesto que lo contrario es cierto. ■

Demostración del Lema 3. Si la condición (13) no se cumple, entonces tenemos que $\widehat{W}(0) < \overline{S}$. Por tanto, se liquida el proyecto cuando $\theta_0 = 1$. El problema en el período 1 cuando se observa $\theta_0 = 0$ y suponemos que la empresa se liquida siempre cuando $\theta = 1$ es por tanto

$$W(0,0) = \max_{I \geq 0} \quad pR(I) - I + \delta\left[p\left(\overline{S} + \overline{q}dI\right) + (1-p)W(0,I)\right].$$

Como $\delta p\overline{S}$ es constante, esto es equivalente a resolver el problema

$$W(0,0) = \max_{I \geq 0} \quad pR(I) - (1 - \delta p\overline{q}d)I + \delta(1-p)W(0,I).$$

Debido a que, por el Lema 2, la empresa no se liquida nunca cuando $\theta_{t-1} = 0$, el problema resulta equivalente a resolver uno en el que la liquidación no ocurre nunca, la tasa de descuento es $\delta(1-p)$ en lugar de δ y el precio del capital es $(1 - \delta p\overline{q}d)$ en vez de 1. Por tanto, la política óptima será alcanzar inmediatamente el valor K^{**} tal que

$$pR'(K^{**}) = 1 - \delta d(p\overline{q} + (1-p)).$$

En el período t, la empresa reemplaza el capital depreciado (esto es, $I_t = (1-d)K^{**}$) siempre que $\theta_{t-1} = 0$, y liquida la empresa a $\overline{S} + \overline{q}K^{**}$ en caso contrario.

Nótese que si $K^{+} \geq K^{**}$, es realmente óptimo liquidar cuando $\theta_{t-1} = 1$ y $K_{t-1} = K^{**}$, por tanto, se confirma la optimalidad de la política de liquidación. Si $K^{+} < K^{**}$, liquidar no puede ser óptimo cuando $\theta = 1$ y el capital es K^{**}. Como $K^{*} > K^{**}$ y para los niveles de capital $K \leq \frac{K^{*}}{d}$ tanto el valor de continuación como el de liquidación aumentan linealmente, concluimos que la política óptima debe ser continuar para cada cualquier valor de θ, de forma que el nivel óptimo de capital sea K^{*}. Obsérvese sin embargo que como (13) no se cumple, la liquidación cuando $\theta = 1$ será óptima cuando el nivel de capital es $K = 0$. Por tanto, la política óptima supone liquidación sólo si $\theta_0 = 1$, y un nivel constante de capital K^{*} en otro caso. ■

Demostración de la Proposición 5. Para ver que W es no-decreciente en V, consideremos $V' > V$. La misma política adoptada en V puede ser adoptada en V', y el valor V' se puede obtener aumentando Q y/o disminuyendo τ en una constante apropiada. Esto mantiene el valor de la empresa sin cambiar, por lo que el valor $W(\theta, V', K)$ debe ser mayor o igual al valor $W(\theta, V, K)$. Un argumento similar demuestra que W_c es creciente en V_c.

Para demostrar la concavidad, supongamos que hay dos valores V_1 y V_2 tales que

$$qW(\theta, V_1, K) + (1-q)W(\theta, V_2, K) > W(\theta, qV_1 + (1-q)V_2, K) \tag{40}$$

para algún $q \in (0,1)$. Dado ese valor de q, consideremos el valor $V_q = qV_1 + (1-q)V_2$. Este valor V_q puede prometerse al empresario ofreciendo la política implementada en V_1 con probabilidad q y la política implementada en V_2 con probabilidad $(1-q)$; nótese que las dos políticas son claramente factibles. El valor esperado de la empresa en este caso sería la parte izquierda de (40). Esto es mayor que la parte de la derecha de la ecuación, contradiciendo la afirmación de que $W(\theta, qV_1 + (1-q)V_2, K)$ es el valor más alto de la empresa que puede alcanzarse dando V_q al empresario. Un argumento similar establece la concavidad de W_c. Finalmente, una función cóncava y creciente es diferenciable en casi todos sus puntos.

Obsérvese que, como W_c es no-decreciente en V, siempre que la política óptima prescriba $\alpha < 1$ podemos asignar sin pérdida de generalidad un valor $Q = 0$. De hecho, como W_c es no-decreciente, es mejor transferir valor al empresario aumentando V_c en lugar de aumentando Q cuando $\alpha < 1$.

Para caracterizar en más profundidad las funciones, escribamos el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \alpha S(\theta, K) + (1-\alpha) W_c(V_c, K) - \lambda (V - \alpha Q - (1-\alpha) V_c)$$

$$+\mu Q + \beta (V_c - pR(dK)) + \xi \alpha + \phi (1-\alpha).$$

Las condiciones necesarias son:

$$S(\theta, K) - W_c(V_c, K) + \lambda (Q - V_c) + \xi - \phi = 0 \tag{41}$$

$$\lambda \alpha + \mu = 0 \tag{42}$$

$$(1-\alpha) \frac{\partial W_c(V_c, K)}{\partial V_c} + \lambda (1-\alpha) + \beta = 0 \tag{43}$$

Supongamos primero que para cada valor $\widehat{V} \geq pR(dK)$ tenemos $W_c\left(\widehat{V}, K\right) \leq S(\theta, K)$. Nótese que para un valor de $\widehat{V}$ suficientemente grande el valor $W_c\left(\widehat{V}, K\right)$ alcanza el nivel de *first-best* cuando se impone continuar, por lo que la condición puede escribirse como $W_c(K) \leq S(\theta, K)$. Entonces, continuar no puede ser mejor que liquidar y la política óptima será fijar $\alpha = 1$ y $Q = \widehat{V}$.

Por tanto, supongamos que para algún $\widehat{V} \geq pR(dK)$ tenemos que $W_c\left(\widehat{V}, K\right) > S(\theta, K)$, o equivalentemente $W_c(K) > S(\theta, K)$. En este caso $\alpha = 1$ no puede ser una política óptima, porque sería posible asignar $V_c = \widehat{V}$, con $\widehat{V}$ suficientemente alto y disminuir ligeramente α (modificando Q para que se cumpla la condición de mantener la promesa de pagar $\widehat{V}$) para obtener un valor mayor de la función objetivo. Por tanto, $\alpha < 1$ y podemos fijar $Q = 0$ sin perder generalidad. De (43) obtenemos

$$\lambda = -\frac{\partial W_c(V_c, K)}{\partial V_c} - \frac{\beta}{1-\alpha} \tag{44}$$

Además, utilizando(41), (44) y $Q = 0$ obtenemos

$$\frac{\partial W_c(V_c, K)}{\partial V_c} = \frac{W_c(V_c, K) - S(\theta, K)}{V_c} - \frac{\xi}{V_c} - \frac{\beta}{1-\alpha} \tag{45}$$

Definamos V_q como

$$V_q = \sup \left\{ V \left| \frac{\partial W_c(V, K)}{\partial V} \geq \frac{W_c(V, K) - S(\theta, K)}{V} \right. \right\},$$

y definamos

$$V_r = \max \{pR(dK), V_q\}.$$

Por tanto V_q es el punto en el que la línea que une $S(\theta, K)$ con $W_c(V_q, K)$ es tangente a $W_c(V_q, K)$ (o hay un punto de no-diferenciabilidad). V_r es a su vez o bien ese punto, o bien el valor mínimo que puede tomar V_c (nótese que el valor V_r dependerá normalmente tanto de θ como de K). Como W_c es cóncava y $S(1,K) > S(0,K)$ obtenemos que V_q será mayor si $\theta = 1$ que si $\theta = 0$. Ahora podemos presentar los siguientes resultados:

1. Si $V \geq V_r$ entonces la política óptima es $\alpha = 0$. Si no, tendríamos que $(1-\alpha) V_c = V$ y por tanto $V_c > V > pR(dK)$. De (45) se obtendría que

$$\frac{\partial W_c(V_c, K)}{\partial V_c} = \frac{W_c(V_c, K) - S(\theta, K)}{V_c} \tag{46}$$

   que es imposible porque $V_q \leq V_r < V_c$ es el valor más alto para el que $\frac{\partial W_c(V_c,K)}{\partial V_c} \geq \frac{W_c(V_c,K)-S(\theta,K)}{V_c}$.

2. Si $V < V_r$ entonces $V_c = V_r$ y $\alpha = \frac{V_r - V}{V_r}$. Supongamos primero que $V_r = pR(dK)$. Entonces, $V_c \geq V_r$ y $\alpha < 1$. No podemos tener $V_c > V_r$, ya que en ese caso (46) debería ser válida y tendríamos $V_c = V_q > V_r$, contradiciendo $V_r = pR(dK)$. Por tanto, $V_c = V_r$, lo que junto con $Q = 0$ y la restricción de mantener la promesa de pagar V determina el valor de α.

   Supongamos ahora que $V_r > pR(dK)$. Si $V_c > V_r$ entonces se debe cumplir (46), y tenemos una contradicción. Si $V_c < V_r$ debe ser $V_c = pR(dK)$, ya que de otra forma, (46) sería válida y tendríamos $V_c = V_r$. Nótese sin embargo que $V_r > pR(dK)$ debe implicar que en $V_c = pR(dK)$ tenemos $\frac{\partial W_c(V_c,K)}{\partial V_c} > \frac{W_c(V_c,K)-S(\theta,K)}{V_c}$. Por tanto, aumentando V_c y adaptando α adecuadamente podemos aumentar el valor de la empresa.

El punto 3 se obtiene en la Proposición 7, que se demuestra más adelante. ∎

Demostración de la Proposición 6. Sea $K_V = K_c^n(0, V)$ el capital óptimo que resuelve el problema $W_c(V, 0)$,es decir, la inversión necesaria cuando se impone la continuación, se le ofrece al empresario V y el nivel inicial de capital es 0. Como, hemos supuesto que $pR'(0) > 1$, obtenemos que $K_c^n(0, V) > 0$. Es claro que para cualquier nivel inicial de capital $K \leq \frac{K_V}{d}$ la restricción $K^n \geq dK$ no será limitante, y la política óptima será por tanto la misma. Por tanto, resulta que para $K \leq \frac{K_V}{d}$ la política de inversión óptima es $I = K_V - dK$, y obtenemos $W_c(V, K) = W_c(V, 0) + dK$.

Inspeccionando el problema (22) observamos que un aumento en el nivel inicial de capital desde K^a a K^b tiene dos efectos. En primer lugar, la función objetivo aumenta por

$$\Delta(\alpha) = (\alpha q(\theta) + (1-\alpha))\, d\left(K^b - K^a\right) \leq d\left(K^b - K^a\right). \tag{47}$$

En segundo lugar, el conjunto factible disminuye, ya que el conjunto definido por $K^n \geq dK^b$ es menor que $K^n \geq dK^a$. Llamemos $\mathcal{P}_b = \left(\alpha_b, K_b^n, \tau_b, Q_b, V_b^H, V_b^L\right)$ a la política óptima cuando el capital es K_b, y $W^b(\theta, V, K^a)$ al valor de la empresa cuando el capital es K^a y se implementa la política $\mathcal{P}_b$; nótese que $\mathcal{P}_b$ es factible cuando el capital es K^a, y que como $\mathcal{P}_b$ no es necesariamente óptimo debemos tener que $W(\theta, V, K^a) \geq W^b(\theta, V, K^a)$. Obtenemos

$$W\left(\theta, V, K^b\right) = W^b(\theta, V, K^a) + \Delta(\alpha_b). \tag{48}$$

La igualdad (48) y la inecuación en (47) implican que

$$W\left(\theta, V, K^b\right) - W(\theta, V, K^a) = W^b(\theta, V, K^a) + \Delta(\alpha_b) - W(\theta, V, K^a) \leq \Delta(\alpha_b) \leq d\left(K^b - K^a\right),$$

donde la primera desigualdad se obtiene de $W(\theta, V, K^a) \geq W^b(\theta, V, K^a)$; esto prueba el segundo punto de la proposición.

Para probar el tercer punto de la proposición, comenzamos observando que la función de valor $W_c(V_c, K)$ se obtiene en el punto óptimo como

$$\begin{aligned} W_c(V_c, K) = {} & pR(K^n) - (K^n - dK) + \delta\left(pW\left(V^H, K^n\right) + (1-p)\, W\left(V^L, K^n\right)\right) \\ & -\lambda\left(V_c - pR(K^n) + p\tau - \delta\left(pV^H + (1-p)\, V^L\right)\right) \\ & -\mu\left(\tau - \delta\left(V^H - V^L\right)\right) - \varphi(\tau - R(K^n)) + \xi(K^n - dK) + \beta V^H + \phi V^L. \end{aligned}$$

por lo que, si aplicamos el teorema de la envolvente (*envelope theorem*):

$$\frac{\partial W_c}{\partial K} = d - \xi d.$$

El valor de la función W se obtiene como

$$\begin{aligned} W(\theta, V, K) = {} & \alpha S(\theta, K) + (1-\alpha)\, W_c(V_c, K) - \lambda(V - \alpha Q - (1-\alpha)\, V_c) \\ & +\mu Q + \beta(V_c - pR(dK)) + \xi\alpha + \phi(1-\alpha). \end{aligned}$$

donde todas las variables de control y multiplicadores de Lagrange se calculan en el punto óptimo. Utilizando el teorema de la envolvente, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial K} &= \alpha q(\theta)\, d + (1-\alpha)\frac{\partial W_c}{\partial K} - \beta p R'(dK)\, d \\ &= \left[\alpha q(\theta) + (1-\alpha)(1-\xi) - \beta p R'(dK)\right] d \end{aligned}$$

Si $\alpha = 1$, es decir, si la liquidación ocurre con certeza, entonces obviamente W es creciente debido a que el valor de liquidación es creciente.

Como $V_c \geq V$, siempre que $V > pR(dK)$ tenemos $\beta = 0$. Por tanto, que $\frac{\partial W}{\partial K}$ sea positivo está garantizado si $\xi = 0$, es decir, siempre que la inversión sea estrictamente positiva. ∎

Demostración de la Proposición 7. Escribamos el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = pR(K^n) - (K^n - dK) + \delta\left(pW\left(V^H, K^n\right) + (1-p)W\left(V^L, K^n\right)\right)$$

$$-\lambda\left(V_c - pR(K^n) + p\tau - \delta\left(pV^H + (1-p)V^L\right)\right)$$

$$-\mu\left(\tau - \delta\left(V^H - V^L\right)\right) - \varphi(\tau - R(K^n)) + \xi(K^n - dK) + \beta V^H + \phi V^L.$$

Como W es cóncava y diferenciable en casi todos los puntos, una condición necesaria para la política óptima es que las condiciones de Kuhn–Tucker se cumplan. Las condiciones de primer orden son las que siguen:

$$pR'(K^n) - 1 + \delta\left(p\frac{\partial W^H}{\partial K} + (1-p)\frac{\partial W^L}{\partial K}\right) + \lambda pR'(K^n) + \varphi R'(K^n) + \xi = 0 \quad (49)$$

$$-\lambda p - \mu - \varphi = 0 \quad (50)$$

$$\delta p\frac{\partial W^H}{\partial V} + \lambda\delta p + \mu\delta + \beta = 0 \quad (51)$$

$$\delta(1-p)\frac{\partial W^L}{\partial V} + \lambda\delta(1-p) - \mu\delta + \phi = 0, \quad (52)$$

a las que habrá que añadir las condiciones de holgura complementaria. Estamos usando la notación simplificada $W^H = W\left(1, V^H, K\right)$ y $W^L = W\left(0, V^L, K\right)$.

Supongamos que la política óptima de *first-best* es no liquidar nunca. Si se alcanza el *first-best* obtenemos $W(V,K) = \widehat{W}(0) + dK$, por lo que $\frac{\partial W}{\partial V} = 0$ y $\frac{\partial W}{\partial K} = d$. Además, $K^n = K^*$ y, de (10), obtenemos que $pR'(K^*) = 1 - \delta d$.

Resulta que $\xi = 0$, ya que la inversión es positiva. Además $\beta = \phi = 0$, si no, $V^i = 0$ para algún i, y la empresa tendría que ser liquidada inmediatamente. Sustituyendo estos resultados en las condiciones de primer orden obtenemos:

$$(\lambda p + \varphi)R'(K^*) = 0 \quad (53)$$

$$-\lambda p - \mu - \varphi = 0 \quad (54)$$

$$\delta(\lambda p + \mu) = 0 \quad (55)$$

$$\delta(\lambda(1-p)-\mu)=0 \tag{56}$$

De (53) obtenemos $\lambda p+\varphi=0$, lo que utilizando (54) conlleva que $\mu=0$. Esto a su vez implica, usando tanto (55) como (56), que $\lambda=0$. Concluimos que $\lambda=\mu=\varphi=0$. El único problema para implementar esta solución es que tenemos que dar un valor V suficientemente alto al empresario.

Sea V^0 el primer valor a partir del que $\frac{\partial W(V^0,K^*)}{\partial V}=0$. Sin perder generalidad, podemos limitar nuestra atención a soluciones tales que $\tau=\delta\left(V^H-V^L\right)$. La razón es que si $\tau<\delta\left(V^H-V^L\right)$ podemos disminuir V^H en $\frac{\Delta}{p}$ y aumentar V^L en $\frac{\Delta}{1-p}$. Estos valores modificados todavía dan el mismo valor esperado al empresario pero reducen la diferencia V^H-V^L. Por tanto, podemos escribir el valor de las acciones como

$$V_c=pR\left(K^*\right)+\delta V^L$$

y el valor más bajo $\overline{V}$ para el que se puede implementar el *first best* se obtiene fijando $V^L=V^0$, es decir,

$$\overline{V}=pR\left(K^*\right)+\delta V^0. \tag{57}$$

Nótese que $V^0\leq\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$, ya que la política de fijar K^* y $\tau=0$ da al empresario $\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$ y produce el *first best.*

Ahora afirmamos que $\overline{V}=V^0=\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$. Primero observemos que $\overline{V}>V^0$ es imposible. En V^0 la función $W_c\left(V,K\right)$ se hace plana con respecto a V y como W_c es cóncava debe alcanzar el máximo. Por tanto, $W_c\left(\overline{V},K\right)=W_c\left(V^0,K\right)$ contradiciendo que $\overline{V}$ es el primer valor en el que se alcanza el máximo. Además, $\overline{V}<V^0$ es imposible porque, la igualdad (57) implicaría $V^0>pR\left(K^*\right)+\delta V^0$ y por tanto, $V^0>\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$. De este modo $\overline{V}=V^0=\frac{pR(K^*)}{1-\delta}$. ■

Demostración de la Proposición 8. Sea $W_c\left(K\right)$ la función de valor en caso de continuación cuando hay información completa, y $W_c\left(V,K\right)$ la función de valor en caso de información incompleta. Nótese que $W_c\left(V_c,K\right)\leq W_c\left(K\right)$ para cada V_c, ya que el primer problema se resuelve utilizando un problema de maximización con más restricciones. Además, es posible encontrar V^+ tal que $W_c\left(V_c,K\right)=W_c\left(K\right)$ para cada K y $V_c\geq V^+$.

Ahora observemos que si $\alpha=1$ es óptimo en el caso de información completa, debe ocurrir que $S\left(1,K\right)\geq W_c\left(K\right)$. Por tanto, $S\left(1,K\right)\geq W_c\left(V_c,K\right)$ y la liquidación es óptima en el problema de información incompleta. Esto prueba la parte "si".

Para probar la parte "sólo si", supongamos que la política óptima bajo información incompleta fuera $\alpha = 1$ y $W_c(K) > S(1, K)$. Debe cumplirse que $S(1, K) \geq W_c(V_c, K)$ para todo V_c, ya que de otra forma sería posible encontrar $\alpha < 1$ y $V_c = \frac{V}{1-\alpha}$ tales que $W_c(V_c, K) > S(1, K)$, es decir, alcanzamos un valor mayor de la empresa si no liquidamos, contradiciendo la optimalidad de $\alpha = 1$. Pero esto es imposible, ya que $W_c(V_c, K) = W_c(K)$ para $V_c \geq V^+$. ■

Demostración de la Proposición 9. Definamos

$$E\left[\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial V}\right] = (1-p)\frac{\partial W^L}{\partial V} + p\frac{\partial W^H}{\partial V}$$

y hacemos lo mismo con $E\left[\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial K}\right]$. Supongamos que V^L, V^H, I son positivos, de forma que

$$pR'(K^n) - 1 + \delta E\left[\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial K}\right] + \lambda pR'(K^n) + \varphi R'(K^n) = 0$$

$$-\lambda p - \mu - \varphi = 0$$

$$\delta(1-p)\frac{\partial W^L}{\partial V} + \lambda\delta(1-p) - \mu\delta = 0$$

$$\delta p\frac{\partial W^H}{\partial V} + \lambda\delta p + \mu\delta = 0$$

Nótese primero que $\lambda p = -(\mu + \varphi)$, lo que implica que $\lambda \leq 0$. ¿Puede ocurrir que $\mu = 0$, esto es, que la restricción de τ venga dada por $R(K)$? En este caso

$$pR'(dK + I) = 1 - \delta E\left[\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial K}\right]$$

$$-\lambda p - \varphi = 0$$

$$\frac{\partial W^L}{\partial V} = -\lambda$$

$$\frac{\partial W^H}{\partial V} = -\lambda$$

Por tanto, esto es óptimo sólo si W es lineal en V. Afirmamos que esto es imposible a menos que se haya alcanzado el *first best*. De hecho, supongamos que $\lambda < 0$. Entonces, W es estrictamente creciente y lineal en V. Además, $\varphi > 0$ de forma que $\tau = R(K)$. Disminuir τ y aumentar V^L es factible, puede hacerse de forma que satisfaga todas las restricciones incluyendo la de mantener la promesa de pagar V y que aumente estrictamente el valor de la empresa. Por tanto, la única posibilidad es que $\lambda = 0$, lo que significa que la función de valor es plana con respecto a V. Cuando es este el caso, el *first best* puede alcanzarse también con respecto a K.

Como cuando $\lambda = 0$ podemos alcanzar el *first best*, fuera de este *first best* debemos tener $\mu > 0$ y $\lambda < 0$. ¿Puede ser posible $\varphi = 0$? Nótese que este sería el caso si se distribuyen dividendos en equilibrio a lo largo de la trayectoria de equilibrio antes de alcanzar el *first best*. En este caso

$$(p - \mu)\, R'(dK + I) = 1 - \delta E\left[\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial K}\right]$$

$$-\lambda p - \mu = 0$$

$$\frac{\partial W^L}{\partial V} = -\frac{\lambda}{1-p}$$

$$\frac{\partial W^H}{\partial V} = 0$$

Esto es posible y muestra que se pueden distribuir dividendos en equilibrio sólo si V^H alcanza un nivel para el que W es constante con respecto a V, esto es, $V^H > \frac{pR(K^*)}{1-\delta}$. ■

Referencias

[1] Albuquerque, Rui y Hugo A. Hopenhayn (2004), 'Optimal Lending Contracts and Firm Dynamics', *Review of Economic Studies,* **71**(2): 285–315.

[2] Clementi, Gian Luca y Hugo A. Hopenhayn (2006), 'A Theory of Financing Constraints and Firm Dynamics', *Quarterly Journal of Economics*, **121**(1), 229-265.

[3] Bernanke, Ben y Mark Gertler (1989), 'Agency Costs, Net Worth and Business Fluctuations', *American Economic Review*, **79**: 14–31.

[4] Cooley, Thomas F. y Vincenzo Quadrini (2001), 'Financial Markets and Firm Dynamics', *American Economic Review*, **91 (5)**: 1286–1310.

[5] DeMarzo, Peter M. y Michael Fishman (2003) 'Optimal Long-Term Financial Contracting with Privately Observed Cash Flows', working paper, Stanford Graduate School of Business.

[6] Quadrini, Vincenzo (2004) 'Investment and Liquidation in Renegotiation–Proof Contracts with Moral Hazard', *Journal of Monetary Economics,* **51, 4 (5)**: 713–751

[7] Shleifer, Andrei y Robert W. Vishny(1992), 'Liquidation Values and Debt Capacity: A Market Equilibrium Approach', *Journal of Finance*, **XLVII (4)**: 1343–1366.

[8] Spear, Stephen E. y Sanjay Srivastava (1987), 'On Repeated Moral Hazard with Discounting', *Review of Economic Studies,* **54**: 599–617.